A. Hydr.
9 8ne

JULIUS WEISBACH

VERSUCHE ÜBER DEN AUSFLUSS DES WASSERS.

LEIPZIG, WEIDMANN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1842.

4° Arch. hydr.
90m

Weisbach

BIBLIOTECA
REGIA
MONACENSIS

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DEN

GEBRAUCH DER MECHANIK UND HYDRAULIK,

BESONDERS

BEOBACHTUNGEN UND VERSUCHE

ÜBER DEN

AUSFLUSS DES WASSERS

VON

JULIUS WEISBACH,

PROFESSOR AN DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN BERGAKADEMIE ZU FREIBERG.

ERSTE ABTHEILUNG.

VERSUCHE ÜBER DEN AUSFLUSS DES WASSERS DURCH SCHLEUSEN, RÖHREN, KLAPPEN UND VENTILE.

MIT DREI FIGURENTAFELN.

LEIPZIG,

WEIDMANN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1842.

UNTERSUCHUNGEN

IN DEM

GEBIETE DER MECHANIK UND HYDRAULIK,

AUF EIGENE

BEOBACHTUNGEN UND VERSUCHE

GEGRÜNDET

VON

JULIUS WEISBACH,

PROFESSOR AN DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN BERGACADEMIE ZU FREIBERG.

ERSTE ABTHEILUNG.

VERSUCHE ÜBER DEN AUSFLUSS DES WASSERS DURCH SCHIEBER, HÄHNE, KLAPPEN UND VENTILE.

MIT DREI FIGURENTAFELN.

LEIPZIG,

WEIDMANN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1842.

VERSUCHE

ÜBER DEN

AUSFLUSS DES WASSERS DURCH SCHIEBER, HÄHNE, KLAPPEN UND VENTILE,

ANGESTELLT UND BERECHNET

VON

JULIUS WEISBACH,

PROFESSOR AN DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN BERGACADEMIE ZU FREIBERG.

MIT DREI FIGURENTAFELN.

LEIPZIG,

WEIDMANN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1842.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

So gross auch die jetzigen Fortschritte in einigen Zweigen der Naturlehre sind, so ist doch für die weitere Ausbildung der Hydraulik, dieses wegen seiner praktischen Anwendbarkeit so wichtigen Theiles der Naturkunde, in den neueren Zeiten nur wenig geschehen. Insbesondere hat man für die Theorie der Bewegung des Wassers in Gefässen und des Ausflusses aus diesen wenig gethan, und es sind in den letzten Jahrzehnten nur durch *Poncelet* und *Lesbros*, *D'Aubuisson* und *Castel*, durch *Bidone*, *Buff* und *Savart* einige, zum Theil allerdings bedeutende, Lücken auf dem Wege des Experimentirens ausgefüllt worden; allein sehr viel bleibt hierin noch zu thun übrig. Wie viele Verhältnisse bei der Bewegung und dem Ausflusse des Wassers gibt es nicht, wo die Theorie entweder gar keine, oder sehr unsichere Auskunft ertheilt. Es sind namentlich noch viele Beobachtungen und Versuche zu machen nöthig, um solche Mängel zu beseitigen und der Theorie zu ihrer weiteren Ausbildung neue Grundlagen zu verschaffen.

Von dieser Ansicht ausgehend, hat sich der Verfasser dieser Schrift die Aufgabe gestellt, durch hierzu besonders anzustellende Beobachtungen und Versuche noch unbekannte und ihm für die praktische Mechanik zunächst am wichtigsten scheinende Bewegungs- und Ausflussgesetze des Wassers auszumitteln, und hierdurch die vorhandenen Theorien zu erproben, und diese da, wo es nöthig ist, zu ergänzen und nach Befinden zu verbessern. Die Verhältnisse beim Ausflusse des Wassers durch Hähne, Ventile u. s. w., welche seither noch ganz unbekannt waren und für welche die Theorie nur unsichere Regeln geben kann, schienen mir wegen ihrer praktischen Anwendbarkeit wichtig und erspriesslich genug, um über dieselben besondere Versuche anzustellen. Deshalb ging ich denn auch zunächst an die Ausführung von Versuchen über den Durchgang des Wassers durch diese, den Ausfluss desselben regulirenden Vorrichtungen, wie Schieber, Hähne, Klappen, Ventile u. s. w., und ich bin in den Stand gesetzt, dem hydraulischen Publicum hiermit die Ergebnisse dieser ersten Versuche zu übergeben.

Obgleich ich mich sehr bemüht habe, diese Versuche möglichst auszudehnen und dieselben unter vielen und von einander abweichenden Umständen und Verhältnissen durchzuführen, so habe ich doch noch Manches unberücksichtigt lassen und manche Wünsche in dieser Beziehung für jetzt noch unterdrücken müssen. Namentlich wäre es mir erwünscht gewesen, einige dieser Versuche in grösserem Massstabe und andere bei grösserem Drucke anstellen zu können. Jetzt, nachdem ein Jahr verflossen ist seit Ausführung dieser Versuche, bin ich dem gesteckten Ziele insofern etwas näher gekommen, als bereits die Einleitungen zur Ausführung neuer Versuche bei höherem Drucke getroffen worden sind.

Ein wichtiges Ergebniss dieser Versuche ist die durch dieselben nachgewiesene Veränderlichkeit der Contractions- und Ausflusscoefficienten, wonach dieselben von 0,6 bis 1,0 wachsen, wenn das Verhältniss zwischen dem Querschnitte der Mündung und dem der ebenen Wand, worin diese sich befindet, von 0 bis 1,0 zunimmt. Deshalb gibt auch die Theorie ganz unbrauchbare Resultate, wenn sie auf diese Veränderlichkeit nicht Rücksicht nimmt. Ebenso hat sich herausgestellt, dass der Coefficient für den Ausfluss durch kurze cylindrische Ansatzröhren nicht constant ist, sondern von dem Verhältnisse zwischen dem Querschnitte derselben und dem Querschnitt der Wand, worin dieselbe befindlich ist, abhängt.

Um das Gesetz dieser Veränderlichkeit der Ausflusscoefficienten kennen zu lernen, wurden in diesem Jahre neue Versuche von mir angestellt, und es ist meine Absicht, die Ergebnisse dieser in einem zweiten Hefte als Fortsetzung dieser Schrift zu veröffentlichen. Von besonderem Einflusse sind diese Verhältnisse der unvollkommenen Contraction beim Ausflusse durch Schutzöffnungen. Selten befinden sich diese in einem Reservoir, worin das Wasser als stillstehend angesehen werden darf, sondern fast immer befinden sich die Schützen in Gerinnen, worin sich das Wasser mit einer oft nicht unbedeutenden Geschwindigkeit bewegt. In den Fällen, wo das Wasser schon mit einer messbaren Geschwindigkeit an der Öffnung ankommt, ist aber die Contraction kleiner als wenn das Wasser vor derselben beinahe ruhig steht, es ist also auch die Ausflussmenge grösser als in diesem Falle, und nicht bloss aus dem Grunde, weil die Geschwindigkeit grösser, sondern auch deshalb, weil der Contractionscoefficient ein grösserer ist. Je schneller das Wasser an der Schutzöffnung ankommt, desto weniger contrahirt sich der durchfliessende Strahl und desto grösser ist demnach die Wassermenge*). So schätzbar auch die

---

*) In dem ersten Anhang zur neuesten Ausgabe (1842) von *Eytelwein's* Hydraulik wird aus Versuchen von *Bidone* und aus anderen von *Eytelwein* selbst der Ausflusscoefficient (μ) für den Ausfluss durch Überfälle berechnet, und für die Versuche des Ersten im Mittel

$$\mu = 0{,}62015$$

dagegen für die des Zweiten

$$\mu = 0{,}64580$$

gefunden.

Versuche von *Poncelet* und *Lesbros* über den Ausfluss durch rectanguläre Öffnungen sind, so bleibt doch der Gebrauch der Resultate dieser nur auf den Fall eingeschränkt, wenn sich die Öffnung in einem grossen Reservoir befindet, oder es sind wenigstens an denselben besondere Correctionen zu machen nöthig, wenn man sie auf den Ausfluss durch Schutzöffnungen in Gerinnen, worin das Wasser eine nicht unbedeutende Geschwindigkeit hat, anwenden will. Die Abhängigkeit der Contractionscoefficienten beim Ausflusse durch Schutzöffnungen von der relativen Grösse dieser Öffnungen soll ebenfalls durch besonders hierzu angestellte Versuche ausgemittelt werden, und es sind auch bereits die hierzu nöthigen Vorbereitungen getroffen worden. Die Ausführung dieser Versuche stellt sich dem Verfasser um so dringender heraus, da er der Kenntniss der Coefficienten für den Ausfluss bei unvollkommener Contraction bei Berechnung anderer Versuche, welche die Bestimmung der Wirkungsgrade der vorzüglichsten Berg- und Hüttenmaschinen bezwecken, benöthigt ist. Er wird deshalb aus doppelten Gründen möglichst bald zur Ausführung dieser Versuche schreiten und hofft die Ergebnisse derselben in einer Fortsetzung dieser Schrift ebenfalls publiciren zu können.

Bei der Berechnung und Zusammenstellung der Versuche, von denen die Resultate hier vorliegen, hat es der Verfasser für zweckmässig, ja er möchte sagen, für nöthig gefunden, ausser den Contractions-, Geschwindigkeits- und Ausflusscoefficienten den Begriff eines Widerstandscoefficienten einzuführen. Der Kraft-, Druck- oder Gefällverlust, welchen ein Hinderniss in einer Röhre, z. B. der Durchgang durch eine Verengung in derselben, erzeugt, ist der Geschwindigkeitshöhe $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, welche der Geschwindigkeit (v) des in der Röhre fliessenden Wassers entspricht, proportional; deshalb lässt sich auch das Verhältniss der diesen Verlust messenden Wassersäule zur Geschwindigkeitshöhe durch einen besonderen Coefficienten ausdrücken. Wir schlagen vor, dieses Verhältniss, also die Zahl, womit die Geschwindigkeitshöhe zu multipliciren ist, um die, einem durch eine Verengung u. s. w. gebildeten Hindernisse entsprechende, Widerstandshöhe zu erhalten, den Widerstandscoefficienten für dieses Hinderniss zu nennen, und bezeichnen ihn in der Folge mit ζ. Aus dem Ausflusscoefficienten μ für irgend einen Ausflussapparat, und aus dem Ausflusscoefficienten μ_1 für denselben bei Hinzutritt eines Hindernisses, ergibt sich der diesem Hindernisse entsprechende Widerstandscoefficient durch

---

Eytelwein glaubt die Differenz dieser Ergebnisse in der Verschiedenheit der Wanddicken suchen zu müssen. Allerdings war die Wand bei den Versuchen von *Bidone* von Kupfer und nur $\frac{1}{2}$ Linie dick, und bei denen von *Eytelwein* von Holz und $1\frac{1}{8}$ Zoll dick; allein wir haben Grund, diese Abweichung lediglich nur dem Umstande beizumessen, dass bei den Versuchen von *Eytelwein* das Wasser viel schneller an der Mündung ankam als bei denen von *Bidone* und eben auch um desbalb weniger contrahirt wurde als bei diesen.

die einfache Formel $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$. Zur bequemen Berechnung der Ausflusscoefficienten und Widerstandscoefficienten aus einander dient die am Ende dieser Abhandlung befindliche Tabelle No. XXXIV. Übrigens glauben wir, dass es erspriesslich sei, den Widerstandscoefficienten auch in dem gewöhnlichen Vortrag der Hydraulik einzuführen.

Bei Ausführung dieser Versuche haben mich zwei ehemalige Zöglinge der Königl. Bergacademie, Herr *Hanns Lingke* und *Herrmann Ritter*, unterstützt, und es hat der Letztere die sämmtlichen Versuche ohne Unterbrechung mit durchgeführt; weshalb ich mich verpflichtet fühle, meinen Dank hier auszusprechen.

Freiberg, den 1sten August 1842.

Der Verfasser.

Inhalt.

Einleitung ..... Seite 1.

I. Hauptversuche.

A. Versuche über den Ausfluss durch Schieber (Schubventile).

1) Rectangulärer Schieber im parallelepipedischen Rohre (Tab. I. und Tab. II.) ..... - 7.

2) Kreisrunder Schieber im cylindrischen Rohre (Tab. III. und Tab. IV.) ..... - 12.

B. Versuche über den Ausfluss durch Hähne.

1) Hahn mit vierkantiger Bohrung im parallelepipedischen Rohre (Tab. V, VI, VII, VIII, IX, X) - 17.

2) Hahn mit runder Bohrung im cylindrischen Rohre (Tab. XI) ..... - 35.

a) Cylindrisch gebohrter Hahn (Tab. XII, XIII und XIV) ..... - 41.

b) Krummgebohrter Hahn (Tab. XV, XVI, XVII, XVIII, XIX) ..... - 47.

C. Versuche über den Ausfluss durch Drehklappen (Drosselventile).

1) Rectanguläre Drehklappe im parallelepipedischen Rohre (Tab. XX, XXI und XXII) ..... - 56.

2) Kreisrunde Drehklappe im cylindrischen Rohre (Tab. XXIII, XXIV und XXV) ..... - 63.

D. Versuche über den Ausfluss durch Ventile.

1) Kegelventile (Tab. XXVI und XXVII) ..... - 68.

2) Klappventile.

a) Rundes Klappventil im cylindrischen Rohre (Tab. XXVIII, XXIX und XXX) ..... - 72.

b) Rectanguläres Klappventil in zwei parallelepipedischen Röhren (Tab. XXXI u. XXXII) - 78.

c) Rectanguläres Klappventil in einer parallelepipedischen Röhre (Tab. XXXIII) ..... - 80.

Graphische Darstellung der Hauptresultate. (Mit Figurentafel III) ..... - 82.

Gebrauch und Beispiele der Anwendung der zusammengestellten Tabellen über die Widerstands-coefficienten ..... - 84.

II. Nebenversuche.

A. Versuche über den Ausfluss durch Mündungen in der dünnen Wand.

1) Kreisrunde Mündung ..... - 90.

2) Rectanguläre Mündung ..... - 91.

B. Versuche über den Ausfluss durch kurze prismatische Ansatzröhren.

1) Cylindrische Ansatzröhre ..... - 92.

2) Parallelepipedische Ansatzröhre ..... - 92.

C. Versuche über den Ausfluss durch längere prismatische Ansatzröhren.

1) Cylindrische Ansatzröhre ..... - 93.

2) Parallelepipedische Ansatzröhre ..... - 93.

D. Versuche über den Ausfluss durch zusammengesetzte Röhren.

1) Cylindrische Röhren..... Seite 94.

2) Parallelepipedische Röhren..... - 97.

E. Versuche über den Ausfluss durch verengerte Röhren.

1) Verengungen in cylindrischen Röhren..... - 99.

2) Verengungen in parallelepipedischen Röhren..... - 104.

Zusammenstellung der gewonnenen Resultate..... - 105.

Tabelle (XXXIV) zur Berechnung der Widerstandscoefficienten u. s. w..... - 107.

Errata.

Seite 20, Zeile 2 von oben statt $\left(\frac{r}{b}\right)$ ist zu setzen $\left(\frac{r}{b}\right)^2$.

- 44, - 21 in der letzten Vertikalcolumne statt 52,567 ist zu setzen 54,567.
- 88, - 13 von unten statt (0,5) ist zu setzen $(0,5)^2$.

Einleitung.

Die Versuche über den Ausfluss des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile, deren Ergebnisse hier vorliegen, wurden innerhalb des 20sten März und 7ten August 1841 bei einer Wassertemperatur von 5° *C.* bis 13° *C.* vorgenommen. Bei der Berechnung derselben ist jedoch auf diese Temperaturverschiedenheit nicht Rücksicht genommen worden. Es wurde für zweckmässig und den Umständen angemessen gefunden, diese Versuche bei abnehmender Druckhöhe, also ohne Wasserzufluss während einer Beobachtung, anzustellen, und deshalb war es auch nöthig, sich eines möglichst richtig prismatischen Ausflussgefässes zu bedienen. Dieses aber bestand in einem in Fig. 1, 2, 3 Tafel I. abgebildeten parallelepipedischen Kasten (*A*) von Fichtenholz, von 93 Centimeter Höhe und 66 Centimeter mittlerer Länge und Weite im Lichten, bei 2,8 Centimeter Wandstärke. Zwei eiserne Reifen gaben diesem Kasten die erforderliche Festigkeit und Dauerhaftigkeit und ein zweifacher Anstrich mit einer dicken rothen Firnissfarbe ertheilte ihm die nöthige Wasserdichtigkeit. Der Grad der Vollkommenheit in seiner prismatischen Form wird aus der unten ausgeführten Berechnung des mittleren Querschnittes deutlich.

Während der Versuche stand der Kasten auf Holzböcken (*B*), und um ihn sicher und mit seinen Seitenflächen senkrecht aufzustellen, wurden noch die Stollen (*C*) untergeschoben und Keile eingetrieben.

Um sich des Bodensatzes von Zeit zu Zeit zu entledigen, diente ein während der Versuche verstopftes Spundloch im Boden des Kastens, durch welches das ganze Wasser abgelassen werden konnte.

Der Wasserstand wurde an knieförmig gebogenen und mit conischen Spitzen ausgerüsteten Eisenstiften (Fig. 4) beobachtet. Zu diesem Behufe wurden dieselben mit ihren schraubenförmigen Enden so tief in die eine Seitenwand des Kastens eingebohrt, dass die nach oben gerichteten Kegelspitzen noch 6 Centimeter von der Seitenwand abstanden. Die obere Spitze (*a* Fig. 1) stand 3 Centimeter und die untere (*b* Fig. 1) 41 Centimeter unter dem obern Rande des Kastens. Man füllte vor dem Anfange eines Versuches den Kasten so voll, dass ein Theil des Wassers oben überlief, weil dadurch die Wassermasse eher beruhigt wurde als auf jede andere Weise. Die Beobachtungszeit nahm ihren Anfang, wenn der Wasserspiegel die obere Spitze berührte, und wurde beendigt, so wie die untere Spitze aus dem Wasser hervortrat.

Nur in wenigen Fällen, und zwar bei sehr kleinen Ausflussgeschwindigkeiten, wo sonst die Ausflusszeit zu lange gedauert haben würde, wurde das Ausfliessen bis zu einem mittleren, 17,5 Centimeter unter dem Kastenrande stehenden Stifte (*c*) beobachtet, wobei ein Wasserkörper von nur 14,5 Centimeter Höhe ausfloss, während bei den gewöhnlichen Versuchen diese Höhe 38 Centimeter betrug. Da der Querschnitt des Kastens circa 0,66 Meter Länge und Breite, also 0,4356 Quadratmeter Inhalt hatte, so war die gewöhnliche Ausflussmenge ohngefähr 0,4356. 38 = 0,1655 Cubikmeter und die ausserordentliche nur 0,4356. 0,145 = 0,0632 Cubikmeter.

Das Beobachten des Wasserstandes mittels der nach oben gerichteten Spitzen wurde deshalb dem Endzwecke sehr entsprechend gefunden, weil sich der Austritt der Spitze aus dem Wasser deutlich durch eine kleine Welle kundgab. Anfänglich war die obere Spitze nach unten gerichtet, da sich aber in diesem Falle von dem sinkenden Wasser ein nicht unbedeutender Wasserberg an die Spitze anhing, so wurde der Zeitpunkt des Durchganges von dem Wasserspiegel durch diese Spitze zu spät wahrgenommen.

Die Entfernung der Spitzen wurde mittels eines Stangenzirkels möglichst genau und zwar für jede Versuchsreihe besonders gemessen. Da beim Einsetzen des Ausflussapparates ein Anstossen an die Stifte nicht immer vermieden werden konnte, so sind die in den unten folgenden Angaben enthaltenen Differenzen in den Abständen der Spitzen erklärlich.

Die Ausflusszeit wurde mittels einer guten, halbe Secunden schlagenden Cylinderuhr ohne Stundenzeiger beobachtet. Übrigens wurde der Gang derselben von Zeit zu Zeit geprüft, und wenn es nöthig war, justirt.

In der Regel wurde ein Versuch 2 bis 4 Mal wiederholt, höchst selten, und nur wenn besondere Gründe vorlagen, begnügte man sich mit einem Versuche; dagegen wurden manche Versuche, namentlich solche, welche einer ganzen Versuchsreihe zu Grunde gelegt werden sollten, mehr als 5 Mal, und zuweilen selbst über 10 Mal, und oft zu sehr verschiedenen Zeitpunkten angestellt, doch wurde hierbei eine Differenz von höchstens einer Zeitsecunde nur selten wahrgenommen.

Zum Einsetzen der Ausflussapparate (Röhren, Hähne u. s. w.) diente ein rundes Seitenloch (*D* Fig. 1 und 3) von 7 Centimeter Weite, dessen unterer Rand noch 9 Centimeter vom Boden des Wasserkastens abstand. Für dieses Loch wurden zwei in vier Stücke zerschnittene hohle Spünde (Fig. 5 und 6 Taf. I.) gedreht, einer mit einer kleineren runden Öffnung von 5 Centimeter Durchmesser, ein anderer aber mit einer $5\frac{3}{4}$ Centimeter weiten und $3\frac{1}{2}$ Centimeter hohen rectangulären Öffnung zur Aufnahme der Ausflussröhren.

Die mit Schiebern, Hähnen u. s. w. ausgerüsteten Ausflussröhren aber waren entweder cylindrisch oder parallelepipedisch, jene 4 Centimeter, diese aber $2\frac{1}{2}$ und 5 Centimeter im Lichten weit.

Um auch den Ausfluss durch die Mündung in der dünnen ebenen Wand beobachten zu können, und um zugleich den regelmässigen Eintritt des Wassers in die Ansatzröhren zu begünstigen, wurde das Spundloch von Innen mit Messingplatten wie Fig. 7 und 8 bedeckt, wovon die eine ein den runden und die andere ein den prismatischen Röhren genau entsprechendes Loch hatte. Eine solche Messingplatte war 14 Centimeter lang und breit, und nur ein Millimeter dick, sie wurde durch 8 Stifte auf die innere Fläche des Kastens aufgenagelt, nachdem die zu

bedeckende Stelle einen dünnen Überzug von Baumwachs erhalten hatte. Man sieht hiernach, dass die runde Ausflussmündung einen Querschnitt von circa $2^2.\pi = 4\pi = 12{,}57$ Quadratcentimeter und die rectanguläre einen solchen von $2{,}5.\ 5 = 12{,}5$ Quadratcentimeter Inhalt hatte, also beide Mündungen, und sonach auch die Ansatzröhren, im Querschnitte nur wenig von einander abwichen.

Ausser diesen Ausflussröhren wurden auch noch engere, in Fig. 9 und 10 abgebildete Ansatzröhren eingesteckt und mit ihren Lappen durch 4 Schrauben an die innere Fläche des Kastens befestigt. Die an diese Röhren angegossenen Lappen waren auf der Stirnfläche eben abgeschliffen und machten deshalb die Messingplatten unnöthig. Diese kurzen Ansatzröhren waren 12,5 Centimeter lang und aussen gerade so weit, als die längeren und weiteren Ansatzröhren inwendig, weshalb diese über jene weggeschoben werden und dadurch eine zusammengesetzte Röhre wie Fig. 11 Taf. I. hergestellt werden konnte. Die kurze cylindrische Ansatzröhre war im Lichten 3,3 Centimeter weit, hatte also einen Querschnitt von circa 8,55 Quadratcentimeter Inhalt, die kurze vierseitige Ansatzröhre hingegen war 4,2 Centimeter weit und 1,9 Centimeter hoch, weshalb also ihr Querschnitt 7,98 Quadratcentimeter enthielt.

Die Dimensionen der Ein- und Ausmündungen wurden auf folgende Weise gefunden. Man nahm ein Messingdrahtstück von circa $1\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke, schlug dieses mit einem kleinen Hammer etwa 3 Mal so breit als dick, schnitt es ohngefähr so lang als die auszumessende Weite ab und feilte die Enden scharf zu. Wenn nun dieses so erhaltene Maass noch zu lang war, so wurde das eine Ende desselben noch mehr abgefeilt, war es aber zu kurz, so wurde das Drahtstück mit dem Hammer gestreckt. Man fuhr nun mit dem einen oder dem anderen so lange fort, bis dieses Maass genau in die auszumessende Weite einpasste. Endlich legte man dieses auf einen genauen Transversalmaassstab, auf dem man die Länge desselben, und also auch die in Frage stehende Mündungsweite ablesen konnte. Dieses mir vom Herrn Bergmechanikus *Lingke* gezeigte Verfahren gewährte Bequemlichkeit, Sicherheit und Genauigkeit zugleich, denn es liessen sich auf diese Weise, besonders unter der Loupe, die Dimensionen bis auf Zehntelmillimeter leicht und sicher angeben und Hundertelmillimeter noch abschätzen.

Um den mittleren Querschnitt A des Wasserkastens genau zu erhalten, wurde sowohl über den Stiften als auch in der Mitte zwischen beiden, also in drei Horizontalschnitten, und zwar nicht allein an den Seiten, sondern auch in der Mitte zwischen diesen, die Länge und Weite ausgemessen, wie Fig. 12 A, B, C deutlich macht. Hiernach hat man gefunden:

1) vom unteren Querschnitte
   die Längen: 0,6650 M.; 0,6675 M. und 0,6643 M.,
   die Breiten: 0,6595 " 0,6610 " " 0,6590 "
2) vom mittleren Querschnitte
   die Längen: 0,6660 M.; 0,6666 M. und 0,6647 M.,
   die Breiten: 0,6585 " 0,6577 " " 0,6585 "
3) vom oberen Querschnitte
   die Längen: 0,6685 M.; 0,6680 M. und 0,6670 M.,
   die Breiten: 0,6573 " 0,6590 " " 0,6576 "

Bei Anwendung der *Simpson*'schen Regel folgte hiernach

1) für den unteren Querschnitt

$$\text{die mittlere Länge} = \frac{0{,}6650 + 4.\ 0{,}6675 + 0{,}6643}{6}$$

$$= \frac{3{,}9993}{6} = 0{,}66655 \text{ Meter},$$

$$\text{die mittlere Breite} = \frac{0{,}6595 + 4.\ 0{,}6610 + 0{,}6590}{6}$$

$$= \frac{3{,}9625}{6} = 0{,}66041 \text{ Meter};$$

folglich der mittlere Inhalt

$$A_1 = 0{,}66655.\ 0{,}66041 = 0{,}440095 \text{ Quadratmeter}.$$

Auf dieselbe Weise folgte

2) für den mittleren Querschnitt

die mittlere Länge = 0,66616 Meter,

die mittlere Breite = 0,65796 Meter,

und folglich der mittlere Inhalt

$$A_2 = 0{,}66616.\ 0{,}65796 = 0{,}438307 \text{ Quadratmeter}.$$

Endlich

3) für den oberen Querschnitt

die mittlere Länge = 0,66792 Meter,

die mittlere Breite = 0,65848 Meter,

und demnach der mittlere Inhalt

$$A_3 = 0{,}66792.\ 0{,}65848 = 0{,}439812 \text{ Quadratmeter}.$$

Aus diesen drei Querschnitten A_1, A_2 und A_3 ergab sich nun mittels der *Simpson*'schen Regel wieder der mittlere Werth derselben

$$= \frac{0{,}440095 + 4.\ 0{,}438307 + 0{,}439812}{6}$$

$$= \frac{2{,}633135}{6} = 0{,}438856 \text{ Quadratmeter}.$$

Diese Bestimmung bezieht sich auf eine Messung, welche wenige Tage vor dem Ende der Versuche vorgenommen wurde. Folgende Ergebnisse sind dagegen durch eine zu Anfang der Versuche angestellte Messung gewonnen worden.

Inhalt des unteren Querschnittes:

$$A_1 = 0{,}66823.\ 0{,}65773 = 0{,}439515 \text{ Quadratmeter},$$

Inhalt des mittleren Querschnittes:

$$A_2 = 0{,}66658.\ 0{,}65806 = 0{,}438650 \text{ Quadratmeter},$$

Inhalt des unteren Querschnittes:

$$A_3 = 0{,}66606.\ 0{,}65940 = 0{,}439200 \text{ Quadratmeter}.$$

Deshalb folgt ein zweiter mittlerer Werth des Querschnittes:

$$\frac{0{,}439515 + 4.\ 0{,}438650 + 0{,}439200}{6}$$

$$= \frac{2{,}633315}{6} = 0{,}438886 \text{ Quadratmeter}.$$

Wir können daher in der Folge folgenden Werth für den Querschnitt des Wasserkastens in Rechnung bringen:

$$A = \frac{0{,}438856 + 0{,}438886}{2}$$

$$= 0{,}43887 \text{ Quadratmeter.}$$

Wiewohl diese Bestimmung nur für die grössere Ausflussmenge vorgenommen worden ist, so lässt sich doch aus den Abweichungen der einzelnen Querschnitte von einander folgern und selbst durch eine einfache Rechnung nachweisen, dass dieser Querschnitt auch nur wenig von dem der kleineren Ausflussmenge abweiche und demnach diesem gleichgesetzt werden könne, und dies um so mehr, da gerade die Versuche mit kleineren Ausflussmengen diejenigen sind, welche auf weniger Genauigkeit Anspruch machen als die Versuche bei grösseren Ausflussmengen.

Bezeichnet

A den Querschnitt des Ausflussreservoirs,

a den Querschnitt der Ausflussmündung,

h_1 die Druckhöhe am Anfang,

h_2 die Druckhöhe am Ende der Beobachtungszeit, beide von der Marqueurspitze bis zur Mitte der Ausflussmündung gemessen,

ferner τ die Ausflusszeit, oder die Zeit, innerhalb welcher der Wasserspiegel von der obern Spitze (a) bis zur unteren (b) oder mittleren Spitze (c) sinkt,

$g = 9{,}809$ Meter die Beschleunigung der Schwere,

μ den Ausflusscoefficienten, oder das Verhältniss der effectiven Ausflussmenge zur theoretischen, so hat man

1) die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}{2}\right)^2.$$

Nun ist aber die Ausflussmenge

$A\,(h_1 - h_2) = \mu .\ a\ \sqrt{2gh}.\ \tau$, daher folgt

2) der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{A\,(h_1 - h_2)}{a\tau .\ \sqrt{2gh}}, \text{ wofür man allerdings gewöhnlicher}$$

$$= \frac{2A\,(h_1 - h_2)}{a\tau\sqrt{2g}\,(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})} = \frac{2A\,(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})}{a\,\tau\sqrt{2g}}$$

schreibt.

Setzt man die der mittleren Ausflussgeschwindigkeit v entsprechende Druck- oder Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g} = 1$, so folgt

3) der dem Ausflusscoefficienten μ entsprechende Verlust an Druckhöhe oder der Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1$, denn

für den Ausflusscoefficienten μ ist die Druckhöhe $= \frac{v^2}{2g\mu^2}$, und ist derselbe $=$ Eins, findet also kein Druckverlust statt, so ist die Druckhöhe $= \frac{v^2}{2g}$; es ist also die Differenz

beider Druckhöhen oder der Druckverlust, gemessen durch die Höhe einer Wassersäule, $= \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g}$.

Diese Bestimmung des Druckverlustes ist jedoch nur bei vollem Ausfluss, d. h. nur dann giltig, wenn der durch das prismatische Rohr ausfliessende Strahl das Rohr oder wenigstens dessen Ausmündung vollkommen ausfüllt, weil nur in diesem Falle der Ausflusscoefficient μ dem Geschwindigkeitscoefficienten φ gleichgesetzt werden kann. Fliesst dagegen das Wasser bei ungefülltem Querschnitte aus, nimmt also der ausfliessende Strahl nur einen Theil vom Querschnitte der Ausmündung ein, so ist der Ausflusscoefficient ein Product aus dem Geschwindigkeitscoefficienten φ und dem Contractionscoefficienten α, es ist also $\mu = \varphi\alpha$; weshalb dann zur Bestimmung von φ noch besondere Geschwindigkeits- oder Querschnittsmessungen vorgenommen werden müssen, worauf wir uns jedoch hier nicht eingelassen haben. Aber auch noch in dem Falle, wenn das Wasser in nicht parallelen Fäden ausfliesst, also der Wasserstrahl conisch, oder wie ein Seil gewunden ist, welches zu beobachten wir oft Gelegenheit gehabt haben, ist es nicht gestattet, den Geschwindigkeitscoefficienten dem Ausflusscoefficienten gleichzusetzen. Wenn endlich der Ausfluss durch eine Mündung in der dünnen Wand erfolgt, so ist der Geschwindigkeitscoefficient = Eins oder nahe Eins, und daher der Contractionscoefficient dem Ausflusscoefficienten gleich anzunehmen. In diesem Falle findet also ein Druckverlust gar nicht statt, oder es ist derselbe wenigstens sehr unbedeutend. Es ist deshalb auch gar nicht zweckmässig, wenn man einem in das Freie fliessenden Strahl, dessen lebendige Kraft man zum Umtrieb einer Maschine benutzen will, die Contraction durch Abrunden und Ansetzen von Backen u. s. w. entziehen will, denn gerade dadurch erzeugt man einen, wenn auch vielleicht nur unbedeutenden Geschwindigkeits- und Druckverlust. Etwas ganz Anderes ist es beim vollen Ausfluss durch Röhren oder rings umschlossene Canäle, wo, wegen der plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung, beim Eintritt in dieselben der Druck um die Höhe $\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$ abnimmt.

Wir müssen unsere Versuche eintheilen in

Hauptversuche und

Nebenversuche.

Als Hauptversuche sind diejenigen anzusehen, welche über den Ausfluss durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile angestellt worden sind und wodurch man in den Besitz ganzer Versuchsreihen gekommen ist. Die Nebenversuche hingegen betreffen den Ausfluss durch Mündungen in der dünnen Wand, durch kürzere und längere, einfache und zusammengesetzte Röhren mit und ohne Verengungen. Die letzteren Versuche wurden angestellt, weil sich einmal die Gelegenheit dazu darbot und weil sie oft als Grundlagen für die Hauptversuche und als Anknüpfungspunkte für das seither Unbekannte mit dem schon Bekannten dienen konnten. Viele von diesen Versuchen geben nichts Neues, manche derselben aber möchten als Prüfungsmittel der Theorie zu betrachten sein, andere möchten selbst einige Lücken ausfüllen, und einige sogar können als die ersten Grundzüge zu einem neuen Gesetze über die Veränderlichkeit der Contractionscoefficienten angesehen werden, wie aus Folgendem zu ersehen sein wird.

I. Hauptversuche.

A. Versuche über den Ausfluss durch Schieber (Schubventile).

1) Rectangulärer Schieber im parallelepipedischen Rohre.

a) Einfaches Ausflussrohr.

Der Schieber befand sich in einem einfachen, inwendig gut polirten Messingrohr *AB* Fig. 20 Tafel I. von 32 Centimeter Länge, 5 Centimeter lichter Weite und $2\frac{1}{2}$ Centimeter lichter Höhe; er war 1 Millimeter dick und stand der Einmündung nur wenig näher als der Ausmündung. Übrigens schloss derselbe vollkommen wasserdicht ab, d. h. er liess weder Wasser durch die einen Aufsatz bildende Führung, noch durch das Rohr selbst, wenn er zugestellt war. Der Querschnitt der Ausmündung war genau

5,018 Centimeter lang und

2,478 Centimeter weit, hatte also den Inhalt

$$a = 5{,}018 . 2{,}478 = 12{,}435 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Nun ist aber der Inhalt des mittleren Querschnittes des Wasserkastens, aus welchem das Wasser floss:

$A = 4388{,}7$ Quadratcentimeter, und

$\sqrt{2g} = 4{,}4292$; es lässt sich daher ein für alle Mal

$$\frac{2A}{\sqrt{2g}} = \frac{8777{,}4}{4{,}4292} = 1981{,}7, \text{ oder}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{\sqrt{2g}}\right) = 3{,}2970430, \text{ hier aber noch}$$

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}435} = 159{,}34, \text{ so wie}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}2023972 \text{ setzen.}$$

Es wurde ferner gefunden

die Druckhöhe am Anfang:

$$h_1 = 0{,}7925 - 0{,}0124 = 0{,}7801 \text{ Meter,}$$

und die Druckhöhe am Ende:

$$h_2 = 0{,}7801 - 0{,}3813 = 0{,}3988 \text{ Meter.}$$

Streng genommen sind allerdings diese Druckhöhen veränderlich und von der Stellung des Schiebers abhängig, da bei dem Niederschieben des anfänglich geöffneten Schiebers der Mittelpunkt *M* der Durchgangsöffnung allmählig um die halbe Höhe (0,0124 Meter) des Rohres tiefer sinkt. Allein eine solche Differenz giebt erst dann, wenn die Durchgangsöffnung sehr niedrig wird, eine Geschwindigkeitsdifferenz von circa 1 Procent, da nun aber gerade dann auch die Beobachtungsfehler einen viel grösseren Einfluss auf das Ergebniss ausüben, als wenn der Schieber noch wenig eingeschoben, also die Durchgangsöffnung sehr hoch ist, so ist man berechtigt, unter bewandten Umständen, diese allmählige Zunahme der Druckhöhe unberücksichtigt zu lassen. In der That, wenn beim Stellen des Schiebers Fehler von 0,1 Millimeter unvermeidlich sind, so gibt dies anfänglich, wo die Öffnungshöhe 20,5 Millimeter ist, nur einen Fehler von $\frac{1}{205}$; ist aber diese nur noch 2,05 Millimeter, so wird der Querschnitt, und deshalb auch der Ausflusscoefficient, um $\frac{10}{205} = \frac{2}{41}$, also nahe um 5 Procent unrichtig bestimmt.

Aus den obigen Druckhöhen folgt die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{0{,}7801} + \sqrt{0{,}3988}}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{0{,}8832 + 0{,}6315}{2}\right)^2 = 0{,}574 \text{ Meter.}$$

Nun ist aber bei geöffnetem Schieber, also beim Ausfluss durch das einfache Rohr, die Ausflusszeit

$$\tau = 50 \text{ Secunden}$$

gefunden worden; es folgt daher für diesen der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{2A(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})}{a\tau\sqrt{2g}} = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \cdot \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}}{\tau}$$

$$= 159{,}34 \left(\frac{0{,}8832 - 0{,}6315}{50}\right)$$

$$= 0{,}8023,$$

und der entsprechende Widerstandscoefficient

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = \frac{1}{(0{,}8023)^2} - 1 = 0{,}554.$$

War der Schieber auf die Hälfte seines ganzen Weges gestellt, also die Durchgangsöffnung 12,5 Millimeter hoch, so wurde die Ausflusszeit $94\frac{1}{2}$ Secunden gefunden, es ist demnach der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{159{,}34\ (0{,}8832 - 0{,}6315)}{94{,}5}$$

$$= 0{,}4245,$$

und der Widerstandscoefficient

$$\zeta_1 = \frac{1}{(0{,}4245)^2} - 1 = 4{,}549.$$

Zieht man hiervon den Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}554$ des einfachen Rohres ab, so erhält man den der Verengung unter dem Schieber entsprechenden Widerstandscoefficienten

$\zeta_1 - \zeta = 4{,}549 - 0{,}554$
$= 3{,}995$; welchem wieder der Ausflusscoefficient

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta_1 - \zeta}} = \frac{1}{\sqrt{4{,}995}} = 0{,}447$$ entspricht.

Zur Berechnung der Widerstandscoefficienten aus den Ausflusscoefficienten, so wie umgekehrt zur Berechnung der Ausflusscoefficienten aus den entsprechenden Widerstandscoefficienten ist die am Ende beigefügte Tabelle (XXXIV.) zu gebrauchen.

Die Ergebnisse bei verschiedenen Stellungen des Schiebers sind in folgender Tabelle (I) zusammengestellt.

Tabelle I.

Coefficienten für den Ausfluss des Wassers durch rectanguläre Schieber im parallelepipedischen Rohre.

Stellhöhe des Schiebers in Centimetern.	Relativer Querschnitt der Verengung unter dem Schieber $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit in Secunden τ.	Ausflusscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
$2\frac{4}{8}$	1,00	50	0,8023 $= \mu$	1,554	0,000
$2\frac{3}{8}$	0,95	$50\frac{1}{4}$	0,7983	1,569	0,015
$2\frac{2}{8}$	0,90	$51\frac{1}{4}$	0,7828	1,632	0,078
$2\frac{1}{8}$	0,85	53	0,7569	1,746	0,192
2	0,80	56	0,7164	1,949	0,395
$1\frac{7}{8}$	0,75	$59\frac{1}{2}$	0,6742	2,200	0,646
$1\frac{6}{8}$	0,70	$63\frac{1}{2}$	0,6317	2,506	0,952
$1\frac{5}{8}$	0,65	$68\frac{1}{2}$	0,5856	2,916	1,362
$1\frac{4}{8}$	0,60	75	0,5349	3,495	1,941
$1\frac{3}{8}$	0,55	$84\frac{1}{2}$	0,4747	4,437	2,883
$1\frac{2}{8}$	0,50	$94\frac{1}{2}$	0,4245	5,549	3,995
$1\frac{1}{8}$	0,45	106	0,3864	6,982	5,428
1	0,40	$124\frac{1}{2}$	0,3222	9,632	8,078
$\frac{7}{8}$	0,35	146	0,2747	13,246	11,692
$\frac{6}{8}$	0,30	172 *)	0,2332	18,383	16,829
$\frac{5}{8}$	0,25	205 *)	0,1957	26,114	24,560
$\frac{4}{8}$	0,20	286 **)	0,1403	—	—
$\frac{3}{8}$	0,15	401 ***)	0,1000	—	—
$\frac{2}{8}$	0,10	586 ***)	0,0685	—	—
$\frac{1}{8}$	0,05	—			

*) unruhig, d. h. stossend und wallend, doch mit gefülltem Querschnitte ausfliessend.

**) anfänglich sehr unruhig ausfliessend; nach 185 Secunden hörte der volle Ausfluss ganz auf, das Wasser floss nur über der unteren Fläche der Röhre aus.

***) Ausfluss mit ungefülltem Querschnitte; das Wasser floss in einer dünnen Schicht über der unteren Fläche des Rohres.

Da schon bei einer Verengung, welche 0,3 des ganzen Röhrenquerschnittes ist, das regelmässige Ausfliessen, und bei 0,2 Verengung der volle Ausfluss ganz aufhörte, und es gleichwohl wünschenswerth ist, auch die Ausflussverhältnisse bei grösseren Verengungen zu kennen,

so musste an die Anwendung besonderer Mittel zur Hervorrufung eines regelmässigen vollen Ausflusses unter diesen Verhältnissen gedacht werden. Diese Mittel aber können in dem Anstossen einer längeren Ausflussröhre oder in dem Einsetzen eines die Ausflussmenge und also auch die Geschwindigkeit in der Röhre vermindernden Mundstückes bestehen. Hier wurde nur das erste Mittel angewendet, wie aus Folgendem zu ersehen ist.

b) Das vorige Rohr mit einer langen Ansatzröhre.

Es wurde an die Ausmündung des vorigen Schieberapparates eine ausgeschliffene 61 Centimeter lange Eisenröhre angestossen, wie ohngefähr aus Fig. 15 Taf. I. zu ersehen ist. Die Weite dieser Röhre war zwar eben so gross als die der messingenen Schieberröhre, allein kleine Abweichungen waren unvermeidlich; deshalb stellte sich denn auch bei Ausmessung der Ausmündung für die folgende zweite Versuchsreihe

die Weite 5,012 Centimeter

und die Höhe 2,494 Centimeter, folglich

der Inhalt $a = 5{,}012 . 2{,}494 = 12{,}490$ Quadratcentimeter

heraus.

Es ist deshalb hier $\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}490} = 158{,}66$, so wie

$$\mathrm{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}2004806.$$

Die Druckhöhen waren wie bei der vorigen Versuchsreihe,

nämlich $h_1 = 0{,}7801$ Meter,

$h_2 = 0{,}3988$ „

$h = 0{,}574$ „

Deshalb ist denn hier

$$\mu = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \cdot \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}}{\tau} = 158{,}66 \frac{(0{,}8832 - 0{,}6315)}{\tau}$$

$$= \frac{158{,}66 . 0{,}2517}{\tau} = \frac{39{,}936.}{\tau}$$

Bei völlig geöffnetem Schieber war die Ausflusszeit $\tau = 55\frac{1}{6}$ Secunden, folglich ist für den Ausfluss durch die blosse Röhrenverbindung

$$\mu = \frac{39{,}936}{55{,}166} = 0{,}7240 \text{ und}$$

$$\zeta = \left(\frac{1}{0{,}7240}\right)^2 - 1 = 0{,}908.$$

Ohne die eiserne Ansatzröhre wurde $\zeta = 0{,}554$ gefunden; es folgt daher der Coefficient des Widerstandes in der eisernen Röhre $\zeta_1 = 0{,}908 - 0{,}554 = 0{,}354$.

Die Ergebnisse des Ausflusses bei verschiedenen Schieberstellungen enthält folgende Tabelle (II).

Tabelle II.

Coefficienten für den Ausfluss des Wassers durch rectanguläre Schieber im verlängerten parallelepipedischen Rohre.

Stellhöhe des Schiebers in Centimetern.	Relativer Querschnitt der Verengung unter dem Schieber $\left(\frac{a_1}{a}\right)$.	Ausflusszeit in Secunden.	Ausflusscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.	Contractionscoefficient α.
$2\frac{4}{8}$	1,00	$55\frac{1}{6}$	0,7240 = μ	1,908	0,000	1,000
$2\frac{3}{8}$	0,95	$55\frac{1}{3}$	0,7218	1,919	0,011	0,957
$2\frac{2}{8}$	0,90	$56\frac{1}{2}$	0,7069	2,001	0,093	0,851
$2\frac{1}{8}$	0,85	58	0,6886	2,109	0,201	0,812
2	0,80	$60\frac{1}{2}$	0,6602	2,295	0,387	0,771
$1\frac{7}{8}$	0,75	$63\frac{1}{2}$	0,6290	2,528	0,620	0,746
$1\frac{6}{8}$	0,70	$67\frac{1}{2}$	0,5917	2,856	0,948	0,724
$1\frac{5}{8}$	0,65	73	0,5471	3,341	1,433	0,700
$1\frac{4}{8}$	0,60	$79\frac{3}{4}$	0,5008	3,987	2,079	0,683
$1\frac{3}{8}$	0,55	$87\frac{1}{2}$	0,4565	4,800	2,892	0,673
$1\frac{2}{8}$	0,50	$97\frac{1}{4}$	0,4107	5,929	4,021	0,666
$1\frac{1}{8}$	0,45	109	0,3664	7,448	5,540	0,663
1	0,40	125	0,3195	10,024	8,116	0,650
$\frac{7}{8}$	0,35	$148\frac{1}{2}$	0,2689	13,825	11,917	0,642
$\frac{6}{8}$	0,30	$177\frac{1}{2}$	0,2250	19,752	17,844	0,638
$\frac{5}{8}$	0,25	214	0,1866	28,710	26,802	0,648
$\frac{4}{8}$	0,20	272	0,1468	46,381	44,473	0,652
$\frac{3}{8}$	0,15	378 *)	0,1056	89,575	87,667	0,643
$\frac{2}{8}$	0,10	$557\frac{1}{2}$ *)	0,0716	194,847	192,939	0,672
$\frac{1}{8}$	0,05	—	—	—	—	—

*) unregelmässig, d. i. wallend und stossend, jedoch voll ausfliessend.

Bei Vergleichung der hier gefundenen Widerstandscoefficienten (Columne No. 6) mit denen in Tab. I. aufgeführten Widerstandscoefficienten stellt sich eine befriedigende und für die praktische Anwendung genügende Übereinstimmung heraus. Z. B. bei 0,8 Verengung ist hier $\zeta = 0{,}387$, dort 0,395, bei 0,65 Verengung hier $\zeta = 1{,}433$, dort 1,362, bei 0,5 hier $\zeta = 4{,}021$, dort 3,995 u. s. w. gefunden worden. Die grössere Abweichung am Ende der Versuchsreihe, wo die Durchgangsöffnung sehr niedrig wird, ist aus schon angeführten Gründen erklärlich. In Fällen der Anwendung dieser Coefficienten möchte es rathsam sein, sich des arithmetischen Mittels aus beiden Werthen zu bedienen.

Die letzte Columne in der zweiten Tabelle ist zur Prüfung der Theorie hinzugefügt worden. Ist α der Contractionscoefficient beim Durchgang durch eine Verengung, und a_1 der Inhalt der Verengung, dagegen a, wie seither, der Inhalt des Querschnittes der Röhre, so hat man der Theorie zufolge den durch diese Verengung erzeugten Widerstandscoefficienten

$\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ zu setzen, weil αa_1 der Querschnitt der grössten Verengung und sonach $\frac{a}{\alpha a_1}$ das Verhältniss zwischen der Geschwindigkeit in demselben und der Geschwindigkeit in der Röhre ist.

Bezeichnen wir nun $\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ mit ζ, so erhalten wir den entsprechenden Contractionscoefficienten $\alpha = \frac{a}{a_1 (1 + \sqrt{\zeta})} = \frac{a}{a_1} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{\zeta}}$.

Setzt man nun die Werthe $\frac{a_1}{a}$ und ζ aus der zweiten und sechsten Columne hier ein, so ergeben sich die, verschiedenen Schieberstellungen entsprechenden Contractionscoefficienten, wie sie in der siebenten Columne aufgezeichnet sind. Ein blosser Blick auf diese Zusammenstellung zeigt, dass diese Coefficienten mit der Grösse der Verengung wachsen, dass also die Theorie zu grossen Irrthümern führt, wenn sie, wie gewöhnlich, den Contractionscoefficienten constant annimmt und denselben 0,62 setzt. Das letztere ist vielmehr nur gestattet, wenn der Querschnitt des verengten Durchganges sehr klein ist gegen den Querschnitt der Röhre; je grösser aber das Verhältniss dieser Querschnitte wird, desto grösser fällt auch der Contractionscoefficient aus. Unserer Versuchsreihe zufolge wächst der letztere von 0,64 bis 1,00.

2) Kreisrunder Schieber im cylindrischen Rohre.

Bei dem Schieber im runden Ausflussrohre bildet der verengte Querschnitt eine mondförmige Figur *AEBF* Fig. 21 Taf. I. Der Inhalt derselben hängt von der Stellhöhe $AB = h$ ab und lässt sich auf folgende Weise berechnen. Ist r der Halbmesser $CA = CE = CF$ des Röhrenquerschnittes und φ der Centriwinkel $EGF = ECF$ desjenigen Bogens *EBF* vom Schieber, welcher das durchfliessende Wasser begrenzt, so hat man

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\frac{1}{2}CG}{CE} = \frac{CH}{CE}, \text{ d. i.}$$

$$1) \cos\frac{\varphi}{2} = \frac{h}{2r}.$$

Der gesuchte Querschnitt $AEBF = a_1$ ist aber gleich dem Vollkreis *AEF* minus dem doppelten Segmente *EBF*, also $a_1 = \pi r^2 - r^2 (\varphi - \sin\varphi)$; es folgt also

$$2) \; a_1 = (\pi - \varphi + \sin\varphi)\, r^2.$$

Die letztere Formel wird noch einfacher, wenn man den Winkel $\psi = \pi - \varphi$ einführt; dann ist $\sin\varphi = \sin\psi$ und $\cos\frac{\varphi}{2} = \sin\frac{\psi}{2}$, daher

$$1^*) \; \sin\frac{\psi}{2} = \frac{h}{2r} \text{ und}$$

$$2^*) \; \frac{a_1}{a} = \frac{\psi^\circ}{180^\circ} + \frac{\sin\psi}{\pi}.$$

a) Einfaches Ausflussrohr.

Der kreisrunde Schieber war 2 Millimeter dick und befand sich ziemlich in der Mitte eines einfachen inwendig polirten Messingrohres von $27\frac{1}{2}$ Centimeter Länge und 4 Centimeter

lichter Weite; er schloss, wiewohl er nicht geliedert war, vollkommen wasserdicht ab. Der Durchmesser der Ausmündung wurde 4,032 Centimeter gefunden, folglich war der Inhalt derselben:

$$a = \pi.\left(\frac{4{,}032}{2}\right)^2 = 12{,}768 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Deshalb ist hier

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}768} = 155{,}21\text{, und}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}1909201.$$

Die anfängliche Druckhöhe war

$$h_1 = 0{,}7960 - 0{,}0202 = 0{,}7758 \text{ Meter,}$$

die Druckhöhe am Ende des Ausflusses

$$h_2 = 0{,}7758 - 0{,}3815 = 0{,}3943 \text{ Meter,}$$

folglich die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}8808 + 0{,}6279}{2}\right)^2 = 0{,}569 \text{ Meter.}$$

Endlich ist

$$\mu = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \cdot \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}}{\tau} = \frac{155{,}21.\ 0{,}2529}{\tau}$$

$$= \frac{39{,}252}{\tau}.$$

Bei völlig geöffnetem Schieber war die Ausflusszeit

$\tau = 50\frac{1}{2}$ Secunden, daher ist

der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{39{,}252}{50{,}5} = 0{,}7772,$$

und der Widerstandscoefficient

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0{,}656.$$

Die Resultate bei verschiedenen Stellungen des Schiebers sind in folgender Tabelle (III) enthalten.

Tabelle III.

Coefficienten für den Ausfluss des Wassers durch kreisförmige Schieber im cylindrischen Rohre.

Stellhöhe des Schiebers in Centimetern (h).	Relative Stellhöhe des Schiebers $\left(\frac{h}{2r}\right)$ in Zweiunddreissigsteln.	Hilfswinkel (ψ) in Graden und Minuten.	Relativer Querschnitt der Verengung unter dem Schieber $\left(\frac{a_1}{a}\right)$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
4	32	180° 0′	1,000	$50\frac{1}{2}$	0,7771 = μ	1,656	0,000
$3\frac{7}{8}$	31	151° 17′	0,993	$50\frac{5}{8}$	0,7752	1,664	0,008
$3\frac{6}{8}$	30	139° 16′	0,981	$50\frac{3}{4}$	0,7733	1,672	0,016
$3\frac{5}{8}$	29	129° 59′	0,966	51	0,7695	1,689	0,033
$3\frac{4}{8}$	28	122° 5′	0,948	$51\frac{1}{2}$	0,7621	1,722	0,066
$3\frac{3}{8}$	27	115° 5′	0,928	52	0,7547	1,756	0,100
$3\frac{2}{8}$	26	108° 41′	0,905	$52\frac{3}{4}$	0,7440	1,807	0,151
$3\frac{1}{8}$	25	102° 45′	0,881	$53\frac{1}{2}$	0,7336	1,858	0,202
3	24	97° 11′	0,856	$54\frac{1}{4}$	0,7234	1,911	0,255
$2\frac{7}{8}$	23	91° 54′	0,829	$55\frac{1}{2}$	0,7070	2,000	0,344
$2\frac{6}{8}$	22	86° 52′	0,800	57	0,6885	2,109	0,453
$2\frac{5}{8}$	21	82° 2′	0,771	$59\frac{1}{2}$	0,6595	2,298	0,642
$2\frac{4}{8}$	20	77° 22′	0,740	$62\frac{1}{4}$	0,6305	2,516	0,860
$2\frac{3}{8}$	19	72° 51′	0,709	65	0,6038	2,743	1,087
$2\frac{2}{8}$	18	68° 28′	0,677	$68\frac{1}{2}$	0,5729	3,046	1,390
$2\frac{1}{8}$	17	64° 11′	0,643	$72\frac{1}{2}$	0,5413	3,413	1,757
2	16	60° 0′	0,609	$77\frac{1}{6}$	0,5086	3,866	2,210
$1\frac{7}{8}$	15	55° 54′	0,574	$83\frac{1}{2}$	0,4700	4,527	2,871
$1\frac{6}{8}$	14	51° 53′	0,539	$90\frac{1}{2}$	0,4337	5,317	3,661
$1\frac{5}{8}$	13	47° 56′	0,503	99	0,3964	6,363	4,707
$1\frac{4}{8}$	12	44° 3′	0,466	$109\frac{1}{2}$ *)	0,3584	7,784	6,128
$1\frac{3}{8}$	11	40° 13′	0,429	120 *)	0,3271	9,349	7,693
$1\frac{2}{8}$	10	36° 25′	0,391	$144\frac{1}{2}$ **) / $155\frac{1}{2}$	0,2716 / 0,2523	—	—
$1\frac{1}{8}$	9	32° 40′	0,353	170 ***)	0,2309	—	—
1	8	28° 58′	0,315	196	0,2002	—	—
$\frac{7}{8}$	7	25° 16′	0,276	223	0,1760	—	—
$\frac{6}{8}$	6	21° 37′	0,237	260	0,1509	—	—
$\frac{5}{8}$	5	17° 59′	0,198	$303\frac{1}{2}$	0,1293	—	—
$\frac{4}{8}$	4	14° 22′	0,159	383	0,1024	—	—
$\frac{3}{8}$	3	10° 46′	0,119	510	0,0769	—	—
$\frac{2}{8}$	2	7° 10′	0,080	758	0,0518	—	—
$\frac{1}{8}$	1	3° 35′	0,040	—	—	—	—

*) schwankend und divergirend ausfliessend.

**) der volle Ausfluss hörte auf
das erste Mal nach 76 Secunden,
das zweite Mal nach 11 Secunden.

***) bei diesem und den folgenden Versuchen füllte das ausfliessende Wasser den Röhrenquerschnitt nicht aus, sondern es hatte der ausfliessende Wasserstrahl ein Querprofil wie Fig. 23 Taf. I.

Vergleicht man die Ergebnisse in dieser Tabelle mit denen in der Tabelle I., so stellt sich allerdings heraus, dass bei gleichem Inhalte der Verengung der Druckverlust oder Widerstand

grösser ist in dem runden Rohre mit rundem Schieber als im parallelepipedischen Rohre mit rectangulärem Schieber. Z. B. für $\frac{a_1}{a} = 0{,}800$ ist unter dem runden Schieber $\zeta = 0{,}453$, unter dem rectangulären $= 0{,}395$; für $\frac{a_1}{a} = 0{,}500$ ist unter dem runden Schieber $\zeta = 4{,}620$, wie durch Interpolation leicht gefunden werden kann, während unter dem vierkantigen Schieber $\zeta = 3{,}995$ sich ergab u. s. w.

Bei dieser Versuchsreihe hörte schon der volle Ausfluss auf, als der Inhalt der Durchgangsöffnung noch circa 0,4 von dem Querschnitte der ganzen Röhre war; es war deshalb noch eine zweite Versuchsreihe mit langer Ansatzröhre nothwendig, wodurch ein volles Ausfliessen bei kleineren Verengungen erzielt werden konnte.

Wenn man die gefundenen Ausflusscoefficienten bei ungefülltem Röhrenquerschnitt durch die Inhalte der verengten Querschnitte dividirt, so bekommt man die entsprechenden Contractionscoefficienten. So geben denn die relativen Verengungen 0,353; 0,315; 0,276; 0,237; 0,198 u. s. w. die Contractionscoefficienten 0,654; 0,635; 0,638; 0,637; 0,653 u. s. w. Man kann hieraus schliessen, dass bei grossen Verengungen der Contractionscoefficient $\alpha = 0{,}64$ bis 0,65 und der entsprechende Widerstandscoefficient:

$$\zeta = \left(\frac{a}{0{,}64 a_1} - 1\right)^2 \text{ bis } \left(\frac{a}{0{,}65 a_1} - 1\right)^2$$

ist.

b) Das vorige Rohr mit einer längeren Ansatzröhre.

Um den vollen Ausfluss bei kleinen Durchgangsöffnungen zu erlangen, wurde an das äussere Ende der vorigen Ausflussröhre eine 60 Centimeter lange Eisenröhre angesteckt und die ganze Reihe der Versuche wiederholt. Der Durchmesser der Ausmündung dieser Röhre war 4,042 Centimeter, folglich der Inhalt derselben

$$a = \pi\,(2{,}021)^2 = 12{,}832 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Hiernach ist hier

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{19{,}817}{12{,}832} = 154{,}44, \text{ und}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}1887486.$$

Die Druckhöhen waren die früheren, deshalb auch

$$\sqrt{h} - \sqrt{h_1} = 0{,}2529 \text{ und}$$

$$\mu = \frac{154{,}44 \cdot\ 0{,}2529}{\tau} = \frac{39{,}057}{\tau}$$

Bei völlig aufgezogenem Schieber, also für die blosse Röhrenverbindung, wurde $\tau = 55$ Secunden gefunden, weshalb nun folgt

$$\mu = \frac{39{,}057}{55} = 0{,}7100 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0{,}984.$$

Folgende Tabelle (IV) enthält die Resultate der ganzen Versuchsreihe.

Tabelle IV.

Coefficienten für den Ausfluss des Wassers durch kreisförmige Schieber im verlängerten cylindrischen Rohre.

Stellhöhe des Schiebers (h) in Centimetern.	Relative Stellhöhe des Schiebers $\left(\frac{h}{2r}\right)$ in Zweiunddreissigsteln.	Hilfswinkel ψ in Graden und Minuten.	Relativer Querschnitt der Durchgangsöffnung $\left(\frac{a_1}{a}\right)$.	Ausflusszeit in Secunden.	Ausflüsscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
4	32	180° 0′	1,000	55	0,7100 = μ	1,984	0,000
$3\frac{7}{8}$	31	151° 17′	0,993	$55\frac{1}{8}$	0,7084	1,993	0,009
$3\frac{6}{8}$	30	139° 16′	0,981	$55\frac{1}{4}$	0,7068	2,002	0,018
$3\frac{5}{8}$	29	129° 59′	0,966	$55\frac{1}{2}$	0,7036	2,020	0,036
$3\frac{4}{8}$	28	122° 5′	0,948	56	0,6973	2,057	0,073
$3\frac{3}{8}$	27	115° 5′	0,928	$56\frac{1}{2}$	0,6912	2,093	0,109
$3\frac{2}{8}$	26	108° 41′	0,905	$57\frac{1}{8}$	0,6839	2,140	0,156
$3\frac{1}{8}$	25	102° 45′	0,881	$57\frac{3}{4}$	0,6762	2,187	0,203
3	24	97° 11′	0,856	$58\frac{1}{2}$	0,6675	2,244	0,260
$2\frac{7}{8}$	23	91° 54′	0,829	$59\frac{1}{2}$	0,6563	2,322	0,338
$2\frac{6}{8}$	22	86° 52′	0,800	61	0,6402	2,440	0,456
$2\frac{5}{8}$	21	82° 2′	0,771	63	0,6199	2,603	0,619
$2\frac{4}{8}$	20	77° 22′	0,740	$65\frac{1}{4}$	0,5984	2,792	0,808
$2\frac{3}{8}$	19	72° 51′	0,709	68	0,5743	3,032	1,048
$2\frac{2}{8}$	18	68° 28′	0,677	71	0,5500	3,306	1,322
$2\frac{1}{8}$	17	64° 11′	0,643	$74\frac{1}{2}$	0,5242	3,640	1,656
2	16	60° 0′	0,609	$78\frac{1}{2}$	0,4975	4,041	2,057
$1\frac{7}{8}$	15	55° 54′	0,574	$84\frac{1}{4}$	0,4635	4,655	2,671
$1\frac{6}{8}$	14	51° 53′	0,539	$90\frac{3}{4}$	0,4303	5,401	3,417
$1\frac{5}{8}$	13	47° 56′	0,503	$98\frac{1}{2}$	0,3965	6,362	4,378
$1\frac{4}{8}$	12	44° 3′	0,466	107	0,3650	7,508	5,524
$1\frac{3}{8}$	11	40° 13′	0,429	118	0,3309	9,131	7,147
$1\frac{2}{8}$	10	36° 25′	0,391	$131\frac{1}{4}$	0,2975	11,296	9,312
$1\frac{1}{8}$	9	32° 40′	0,353	$146\frac{1}{2}$	0,2666	14,074	12,090
1	8	28° 58′	0,315	170	0,2297	18,951	16,967
$\frac{7}{8}$	7	25° 16′	0,276	199	0,1962	25,969	23,985
$\frac{6}{8}$	6	21° 37′	0,237	235	0,1662	36,214	34,230
$\frac{5}{8}$	5	17° 59′	0,198	280	0,1395	51,411	49,427
$\frac{4}{8}$	4	14° 22′	0,159	390	0,1001	99,787	97,803
$\frac{3}{8}$	3	10° 46′	0,119	495*)	0,0789	160,677	158,693
$\frac{2}{8}$	2	7° 10′	0,080	—	—	—	—
$\frac{1}{8}$	1	3° 35′	0,040	—	—	—	—

*) erst ruhig, nach 390 Secunden aber wallend und stossweise, nach 420 Secunden bei ungefülltem Querschnitte ausfliessend.

Bei Vergleichung der Widerstandscoefficienten, welche diese Tabelle angibt, mit denen in der IIIten Tabelle stellt sich eine erträgliche Übereinstimmung heraus. Z. B. für die Stellhöhe von 3 Centimeter, wo $\frac{a_1}{a} = 0{,}856$ ist, gibt Tab. III. $\zeta = 0{,}255$, dagegen Tab. IV. $\zeta = 0{,}260$; ferner für $h = 2$ Centimeter oder $\frac{a_1}{a} = 0{,}609$ gibt Tab. III. $\zeta = 2{,}210$, während nach

Tab. IV. $\zeta = 2{,}057$ ist u. s. w. Wenn gegen Ende der Versuchsreihe die Differenzen grösser ausfallen, so hat dies darin seinen Grund, dass dann wegen der Kürze der Röhre das Wasser unruhig und stossweise ausfliesst, während bei der längeren Röhre noch ein ruhiger regelmässiger Ausfluss statt hat. Bei kleinen Durchgangsöffnungen stimmt aber auch die Theorie mit den Erfahrungen mehr überein. Z. B. für $\frac{a_1}{a} = 0{,}315$ und $\alpha = 0{,}64$ ist der theoretisch bestimmte Widerstandscoefficient

$$\zeta = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{1}{0{,}315.\ 0{,}64} - 1\right)^2 = (3{,}96)^2 = 15{,}68,$$

während die Versuche $\zeta = 16{,}967$ gegeben haben; für $\frac{a_1}{a} = 0{,}198$ ist theoretisch

$\zeta = \left(\frac{1}{0{,}198.\ 0{,}64} - 1\right)^2 = (6{,}89)^2 = 47{,}47$, während nach Tabelle IV. $\zeta = 49{,}427$ gefunden wird.

Der Widerstandscoefficient für das eiserne Röhrenstück ist die Differenz der aus den Tabellen III. und IV. genommenen Werthe von $\frac{1}{\mu^2}$, also $= 1{,}984 - 1{,}656 = 0{,}328$. Für die nur 1 Centimeter längere parallelepipedische Röhre wurde er $= 0{,}354$ gefunden. Diese Differenz wird aber erklärlich, wenn man berücksichtigt, dass beide Röhren bei gleichem Inhalte ein Umfangsverhältniss wie 12,56 : 15 zu einander haben.

B. Versuche über den Ausfluss durch Hähne.

1) Hahn mit vierkantiger (rectangulärer) Bohrung im parallelepipedischen Rohre.

Der Apparat zu den Versuchen über den Ausfluss des Wassers aus Hähnen ist in Fig. 1 und Fig. 2 Taf. II. abgebildet. Fig. 1 ist der vertikale Längendurchschnitt, Fig. 2 aber der Grundriss. Das Messingrohr AB, worin sich das Hahngehäuse befand, war 30 Centimeter lang und im Lichten 5 Centimeter hoch und $2\frac{1}{2}$ Centimeter weit. Der Hahn CD hatte die beiden äusseren Halbmesser $r_1 = 2{,}56$ Centimeter und $r_2 = 2{,}27$ Centimeter, also den mittleren $r = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{4{,}83}{2} = 2{,}415$ Centimeter. Die Bohrung desselben war, wie der Querschnitt des Rohres, 5 Centimeter hoch und 2 Centimeter weit. Zum Drehen oder Stellen des Hahnes diente der vierseitige Schaft E, welcher durch einen gewöhnlichen Schraubenschlüssel erfasst werden konnte. Um aber den Drehwinkel anzugeben, oder den Hahn auf einen gewissen Winkel stellen zu können, wurde die in Grade eingetheilte Messingscheibe FG mit ihrer conischen Hülse auf das ebenfalls conisch abgedrehte Kopfstück H des Hahnes geschoben und mit diesem durch die Pressschraube K fest verbunden. Der Weiser oder Zeiger LM, dessen Einrichtung aus den Figuren deutlich ersehen werden kann, ist durch zwei Schräubchen mit dem messingenen

Ausflussrohre fest verbunden. Bei den Versuchen war der eingetheilte Kreis so gestellt, dass der Zeiger auf Null stand, wenn der Hahn dem Wasser freien Durchgang liess, also das Wasser gleichsam nur durch eine einfache Röhre ausfloss. In der Regel drehte man den Hahn nach und nach von $2\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{2}$ Grad weiter, und es wurden bei jeder dieser Stellungen mindestens zwei Versuche gemacht. Genauere Resultate erlangt man, wenn man bei jedem Versuche neu einstellt und dann aus den einerlei Stellungen entsprechenden Ausflusszeiten, wenn diese nur wenig von einander abweichen, das arithmetische Mittel nimmt, weil man dann auch den Einfluss der ungenauen Einstellung auf das Ergebniss herabzieht. Noch genauer wird aber das letztere bei drei und mehrmaligem Einstellen, Ablesen und Beobachten bei einem und demselben Winkel, was, wenn es dem Zwecke entsprechend gefunden wurde, nicht unterblieb.

Um sich eine genaue Einsicht in die mathematischen Verhältnisse des Ausflusses bei verschiedenen Hahnstellungen zu verschaffen, ist es nöthig, die, verschiedenen Stellungen des Hahnes entsprechenden, Querschnitte der Durchgangsöffnungen zu kennen. Wir müssen daher zunächst eine Gleichung zwischen dem Stellungswinkel (q) und dem entsprechenden Querschnitt (a_1) oder Querschnittsverhältnisse $\left(\frac{a_1}{a}\right)$ der Durchgangsöffnung oder Hahnverengung entwickeln. Fig. 3 ist der übrigens ohne Maassstab gezeichnete Auf- und Grundriss eines solchen Hahnes. Es sei

$r_1 = CA = CL$ (s. Grundriss) der obere oder grössere Hahnhalbmesser,

$r_2 = CD = CH$ der untere oder kleinere Hahnhalbmesser und

$r = \frac{r_1 + r_2}{2} = CK$ der mittlere Hahnhalbmesser.

Setzt man die halbe Differenz

$\frac{r_1 - r_2}{2} = \Delta$, so hat man auch

$r_1 = r + \Delta$ und

$r_2 = r - \Delta$.

Für unseren Hahn wurde $r_1 = 2{,}56$ und $r_2 = 2{,}27$ gefunden; daher folgt für denselben

$\Delta = \frac{2{,}56 - 2{,}27}{2} = \frac{0{,}29}{2} = 0{,}145$ Centimeter.

Es sei ferner

$h = MO$ (s. Aufriss) die Höhe der Bohrung (auch lichte Höhe des Rohres), und

$b = CF = CG$ (s. Grundriss) die halbe Weite derselben (auch die halbe lichte Weite des Rohres).

Die Auflösung eines rechtwinkeligen Dreieckes CFL gibt die halbe Tiefe

$y = FL$ der Bohrung an der dicksten Stelle durch die Formel

$y_1 = \sqrt{r_1^2 - b^2}$,

und auf gleiche Weise findet sich die halbe Tiefe (FH) der Bohrung an der dünnsten Stelle

$y_2 = \sqrt{r_2^2 - b^2}$,

endlich die halbe Tiefe (FK) in der Mitte

$y = \sqrt{r^2 - b^2}$.

Führt man nun die Formeln $r_1 = r + \Delta$ und $r_2 = r - \Delta$ ein, so folgt auch

$$y_1 = \sqrt{(r+\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{r^2 - b^2 + 2r\Delta + \Delta^2};\ \text{so wie}$$
$$y_2 = \sqrt{(r-\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{r^2 - b^2 - 2r\Delta + \Delta^2}.$$

Da der Hahn immer nur eine geringe Conicität besitzt, so ist Δ sehr klein gegen r, und es lassen sich daher die Potenzen von Δ, oder wenigstens die Cuben, Biquadrate u. s. w. von Δ der Null gleich setzen. Hiernach folgt nun

$$y_1 = \sqrt{r^2 - b^2} + \frac{2r\Delta + \Delta^2}{2\sqrt{r^2 - b^2}} - \frac{1}{8}\cdot\frac{4r^2\Delta^2}{\sqrt{(r^2-b^2)^3}},\ \text{und}$$
$$y_2 = \sqrt{r^2 - b^2} - \frac{2r\Delta - \Delta^2}{2\sqrt{r^2 - b^2}} - \frac{1}{8}\cdot\frac{4r^2\Delta^2}{\sqrt{(r^2-b^2)^3}}.$$

Nach der *Simpson*'schen Regel ist endlich das Mittel aus y_1, y und y_2:

$$\frac{y_1 + 4y + y_2}{6} = \frac{6\sqrt{r^2 - b^2} + \frac{\Delta^2}{\sqrt{r^2-b^2}} - \frac{r^2\Delta^2}{\sqrt{(r^2-b^2)^3}}}{6}$$
$$= \sqrt{r^2 - b^2} - \frac{b^2\Delta^2}{6(r^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$= \sqrt{r^2 - b^2}\left(1 - \frac{b^2\Delta^2}{6(r^2-b^2)^2}\right).$$

Bei Drehung des Hahnes um den Winkel $\varphi = FCF_1 = LCL_1$ geht $FL = y$ in die Lage F_1L_1 über und es wird die Projection von y parallel zum Querschnitt FG, also $F_1Q = F_1L_1 \sin F_1L_1Q = y\sin\varphi$.

Addirt man hierzu die Projection $FP = CF - CP = CF - CF_1\cos\varphi = b(1-\cos\varphi)$, so bekommt man die Breite desjenigen Theiles vom Querschnitte $FG = 2b$ der Röhre, welcher durch die Drehung des Hahnes um den Winkel φ verschlossen wird; und es bleibt demnach als Breite des noch unverschlossenen Theiles übrig:

$$L_1R = 2b - (b(1-\cos\varphi) + y\sin\varphi)$$
$$= b(1+\cos\varphi) - y\sin\varphi.$$

Der Theil $b(1+\cos\varphi)$ ist auf der ganzen Höhe $MO = h$ (Aufriss) unveranderlich und entspricht daher einem Querschnitte von dem Inhalte

$$bh\ (1+\cos\varphi).$$

Anders ist es aber mit dem Theile $y\sin\varphi$; dieser ist an jeder Stelle der Höhe ein anderer, denn y ist die Ordinate eines Kegelschnittes parallel zur Axe des Kegels (Hahnes), also die einer Hyperbel. Da aber der Hahnconus nur wenig von einem Cylinder abweicht, so kann man sich des vorher gefundenen mittleren Ordinatenwerthes bedienen und den Querschnitt des zweiten Theiles setzen

$$\left(\frac{y_1 + 4y + y_2}{6}\right)h = h\sqrt{r^2 - b^2}\left(1 - \frac{b^2\Delta^2}{6(r^2-b^2)^2}\right).$$

Es ist folglich der Inhalt des Querschnittes der dem Drehungswinkel φ entsprechenden Verengung im Hahne:

$$1)\ a_1 = \left\{b(1+\cos\varphi) - \sqrt{r^2 - b^2}\left(1 - \frac{b^2\Delta^2}{6(r^2-b^2)^2}\right)\sin\varphi\right\}$$

und das Verhältniss

$$\frac{a_1}{a} = \frac{a_1}{2bh} = \frac{1 + \cos\varphi}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{r}{b}\right)^2 - 1.}\left(1 - \frac{b^2\,\Delta^2}{6(r^2 - b^2)^2}\right)\sin\varphi$$

$$= \left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\sin\varphi\sqrt{\left(\frac{r}{b}\right) - 1.}\left(1 - \frac{b^2\,\Delta^2}{6(r^2 - b^2)^2}\right).$$

Die eben gefundene Formel gilt aber nur so lange als das Querprofil der Durchgangsöffnung vierseitig ist, oder der Hyperbelbogen $H_1K_1L_1$, welcher die Öffnung auf der einen Seite begrenzt, die Seitenfläche MO des Rohres noch nicht schneidet, weil nur dann die Höhe unveränderlich, nämlich $= h$ ist. Wird aber die Drehung weiter fortgesetzt, nimmt also das Querprofil der Durchgangsöffnung eine dreiseitige Gestalt an, so ist die Höhe kleiner als h und fällt um so kleiner aus, je weiter man die Drehung fortsetzt, bis sie endlich beim gänzlichen Abschluss des Hahnes verschwindet. Die Figur zeigt eine Stellung, wo die Durchgangsöffnung die dreiseitige Form noch nicht angenommen hat. Es kann hiernach der Drehwinkel φ drei ausgezeichnete Werthe annehmen. Fällt die Durchgangsöffnung mit dem Querschnitte des Hahnes zusammen, ist also $\frac{a_1}{a} = 1$, so hat man $\varphi = 0$. Geht das Querprofil der Durchgangsöffnung aus der vierseitigen Gestalt in die dreiseitige über, so möge der entsprechende Drehwinkel mit α bezeichnet werden, und verschwindet endlich der Durchgang gänzlich, tritt also ein Abschliessen des Hahnes ein, so möge er das Zeichen β erhalten.

Der Drehwinkel α ist in der Figur durch den Winkel LCO repräsentirt, und es ist aus dieser leicht zu entnehmen, dass

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{b}{r_1}$ gesetzt werden kann; während β

durch $\sin\frac{\beta}{2} = \frac{b}{r_2}$ bestimmt wird.

Ist nun φ grösser als α und kleiner als β, also die Durchgangsöffnung dreiseitig, so fällt der Radius an der oberen Stelle dieser Öffnung

$$\varrho_1 = \frac{b}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$ aus, während der untere Radius unverändert

$$\varrho_2 = r_2 = \frac{b}{\sin\frac{\beta}{2}}$$ bleibt.

Wir können hiernach den mittleren Radius für die dreiseitige Durchgangsöffnung setzen:

$$\varrho = \frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2} = \frac{b}{2}\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{\beta}{2}\right).$$

Die Höhe h_1 dieser Öffnung bestimmt sich aus der Höhe h der ganzen Bohrung durch die Proportion $\frac{h_1}{h} = \frac{\varrho_1 - \varrho_2}{r_1 - r_2}$, wogegen die untere Breite vom Querprofile dieser Verengung durch den Ausdruck

$\left(\sqrt{\varrho_1^2 - b^2} - \sqrt{\varrho_2^2 - b^2}\right)\sin\varphi$, und die Breite in der halben Höhe durch

$\left(\sqrt{\varrho_1^2 - b^2} - \sqrt{\varrho^2 - b^2}\right)\sin\varphi$ bestimmt wird.

Folglich ist nach der *Simpson*'schen Regel die mittlere Breite

$$= \frac{1}{6}\left(0 + 4\left(\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} - \sqrt{\varrho^2 - b^2}\right)\sin\varphi + \left(\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} - \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2}\right)\sin\varphi\right)$$

$$= \left(5\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} - \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} - 4\sqrt{\varrho^2 - b^2}\right)\frac{\sin\varphi}{6};$$ und der Inhalt des Querprofils des dreiseitigen Hahndurchganges:

$$2)\ a_1 = \left(5\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} - \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} - 4\sqrt{\varrho^2 - b^2}\right).\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{r_1 - r_2}.\frac{h\sin\varphi}{6}.$$

Führt man noch

$\frac{r_1 - r_2}{2} = \Delta$ und

$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{2} = \delta$ ein, so bekommt man

$$\sqrt{\varrho^2 - b^2} = \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} + \frac{2\varrho_2\delta + \delta^2}{2\sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2}} - \frac{1}{8}.\frac{4\varrho_2{}^2\delta^2}{(\varrho_2{}^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}}$$ und

$$\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} = \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} + \frac{4\varrho_2\delta + 4\delta^2}{2\sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2}} - \frac{1}{8}.\frac{16\varrho_2{}^2\delta^2}{(\varrho_2{}^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}},$$

daher auch

$$3)\ a_1 = \frac{\delta^2 h\sin\varphi}{\Delta\sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2}}\left(\varrho_2 - \frac{4}{3}.\frac{b^2\delta}{\varrho_2{}^2 - b^2}\right).$$

Aus den durch Messung gefundenen Werthen

$b = 1{,}25$,

$r_1 = 2{,}56$ und

$r_2 = 2{,}27$ Centimeter folgt

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1{,}25}{2{,}56}$, hiernach $\beta = 58^\circ\ 27'$, so wie

$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{1{,}25}{2{,}27}$, folglich $\alpha = 66^\circ\ 49'$.

Beide Winkel wurden auch ohngefähr durch Messung mit dem eingetheilten Kreise gefunden, wenigstens konnte man beobachten, dass bei ohngefähr $58\frac{1}{2}$ Grad Drehung die Durchgangsöffnung dreiseitig wurde und dass sie bei circa $66\frac{3}{4}$ Grad verschwand

Der Querschnitt der Verengung im Hahne bei $58\frac{1}{2}$ Grad Drehung ist, nach der ersten Formel $\varphi = \alpha$ gesetzt,

$$a_2 = 2bh\left(\frac{1 + \cos\alpha}{2} - \frac{\sqrt{r^2 - b^2}.\sin\alpha}{2b}\left(1 - \frac{b^2\Delta^2}{6(r^2 - b^2)^2}\right)\right)$$

$$= 2bh\left\{\frac{1{,}52324}{2} - \sqrt{\left(\frac{4{,}83}{2{,}50}\right)^2 - 1}.\frac{0{,}85218}{2}\left(1 - \frac{(0{,}145)^2}{9{,}375\left(\left(\frac{4{,}83}{2{,}50}\right)^2 - 1\right)}\right)\right\}$$

$$= 2bh\left\{0{,}76162 - 0{,}42609\sqrt{2{,}7326}\left(1 - \frac{0{,}0035}{(2{,}7326)^2.9{,}375}\right)\right\}$$

$$= 2bh\ [0{,}76162 - 0{,}70434\ (1 - 0{,}0003)]$$

$$= 2bh\ (0{,}05728 + 0{,}00021)$$

$$= 0{,}05749.\ 2bh,$$ also

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}05749.$$

Die zweite Formel gibt, wenn man in ihr $\delta = \Delta$ und $\varphi = \alpha$ setzt,

$$\frac{a_1}{a} = \left(5\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} - \sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} - 4\sqrt{\varrho^2 - b^2}\right)\frac{\sin\alpha}{12b}.$$

Nun ist aber

$$\sqrt{\varrho_1{}^2 - b^2} = \sqrt{(2{,}56)^2 - (1{,}25)^2} = \sqrt{4{,}9911} = 2{,}23408,$$

$$\sqrt{\varrho^2 - b^2} = \sqrt{(2{,}415)^2 - (1{,}25)^2} = \sqrt{4{,}2697} = 2{,}06632, \text{ und}$$

$$\sqrt{\varrho_2{}^2 - b^2} = \sqrt{(2{,}27)^2 - (1{,}25)^2} = \sqrt{3{,}5904} = 1{,}89483; \text{ es folgt daher}$$

$$\frac{a_1}{a} = (5.\ 2{,}23408 - 4.\ 2{,}06632 - 1{,}89483)\ \frac{\sin 58^\circ\ 27'}{6.\ 2{,}5}$$

$$= (11{,}17040 - 8{,}26528 - 1{,}89483)\ \frac{0{,}85218}{15}$$

$$= \frac{1{,}01029.\ 0{,}85218}{15}$$

$$= 0{,}057397.$$

Endlich gibt die dritte Formel

$$\frac{a_1}{a} = \frac{\Delta \sin\alpha}{2b\sqrt{r_2{}^2 - b^2}}\left(r_2 - \frac{4}{3}\cdot\frac{b^2\,\Delta}{r_2{}^2 - b^2}\right).$$

Aber

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{b^2\,\Delta}{r_2{}^2 - b^2} = \frac{4}{3}\cdot\frac{0{,}145.\ 1{,}5625}{3{,}5904} = 0{,}08414,$$

daher

$$\frac{a_1}{a} = \frac{0{,}145.\ 0{,}85218}{2{,}5\ \sqrt{3{,}5904}}\cdot 2{,}18586$$

$$= 0{,}05702.$$

Die Abweichungen dieser drei Resultate von einander sind weit unter dem Grade der Genauigkeit, welcher beim Einstellen bei solchen kleinen Verengungen überhaupt möglich ist.

Die allen übrigen Stellungen des Hahnes entsprechenden Inhalte der Durchgangsöffnungen sind in der zweiten Columne der folgenden Tabelle mit aufgenommen. Die gewonnenen Resultate gelten zwar nur für die zum Grunde gelegte Conicität des Hahnes; da indessen die Conicität der Hähne überhaupt nicht gross ist und bei nicht sehr kleinen Durchgangsöffnungen auch ihr Einfluss unbedeutend wird, wie aus der ersten der obigen Berechnungen ersehen werden kann, so kann man in den gewöhnlichen Fällen der Anwendung die in den folgenden Tabellen aufgeführten, verschiedenen Stellwinkeln entsprechenden Querschnittsverhältnisse für jeden vierkantig gebohrten Hahn gebrauchen, wenn nur das Verhältniss $\left(\frac{r}{b}\right)$ zwischen dem mittleren Durchmesser und der Weite der Bohrung dasselbe, nämlich $= 1{,}932$ ist.

a) Ausfluss durch das einfache Hahnrohr.

Die Ausmündung des 30 Centimeter langen Hahnrohres war genau 5,00 Centimeter weit und 2,48 Centimeter hoch, folglich mass der Inhalt derselben:

$a = 5.\ 2{,}48 = 12{,}40$ Quadratcentimeter, und sonach

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}40} = 159{,}82.$$

Es wurde ferner gefunden

$h_1 = 0{,}7850 - 0{,}0250 = 0{,}760$ Meter,

$h_2 = 0{,}76 - 0{,}358 = 0{,}402$ Meter, daher

$$h = \left(\frac{0{,}8718 + 0{,}6340}{2}\right)^2 = 0{,}567 \text{ Meter.}$$

Deshalb ist die Formel für die Ausflusscoefficienten folgende:

$$\mu = \frac{2A\left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right)}{a\tau\sqrt{2g}} = \frac{159{,}82\ (0{,}8718 - 0{,}6340)}{\tau}$$

$$= \frac{159{,}82 . 0{,}2378}{\tau} = \frac{38{,}004}{\tau}.$$

Bei vollkommen geöffnetem Hahne war die Ausflusszeit $\tau = 48{,}25$ Secunden, daher folgt für diesen Fall

$$\mu = \frac{38{,}004}{48{,}25} = 0{,}7876 \text{ und}$$

$$\zeta = \left(\frac{1}{0{,}7876}\right)^2 - 1 = 0{,}612.$$

Folgende Tabelle (V) enthält die gewonnenen Resultate bei den verschiedenen Hahnstellungen.

Tabelle V.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierseitig gebohrte Hähne im parallelepipedischen Rohre bei gefülltem Querschnitte des letzteren.

Stellwinkel (φ) in Graden.	Relativer Querschnitt $\left(\frac{a_1}{a}\right)$ des verengten Durchganges.	Ausflusszeit in Secunden.	Ausflusscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	$48\frac{1}{4}$	0,7875 $= \mu$	1,612	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,963	$48\frac{1}{2}$	0,7834	1,629	0,017
5	0,926	49	0,7754	1,663	0,051
$7\frac{1}{2}$	0,888	50	0,7599	1,732	0,120
10	0,849	52	0,7307	1,873	0,261
$12\frac{1}{2}$	0,809	55	0,6908	2,095	0,483
15	0,769	59	0,6440	2,411	0,799
$17\frac{1}{2}$	0,728	64	0,5937	2,837	1,225
20	0,687	70	0,5428	3,394	1,782
$22\frac{1}{2}$	0,646	77	0,4935	4,107	2,495
25	0,604	85	0,4470	5,004	3,392
$27\frac{1}{2}$	0,562	94	0,4042	6,120	4,508
30	0,520	105	0,3619	7,636	6,024
$32\frac{1}{2}$	0,478	118	0,3106	9,644	8,032
$33\frac{3}{4}$	0,457	126	0,3016	11,022	9,410

Bei der Stellung von $33\frac{3}{4}^{\circ}$ floss das Wasser sehr unregelmässig, wallend und stossweise aus, und bei höherer Stellung konnte ein voller Ausfluss nicht einmal erlangt werden. In dem letzteren Falle darf daher eigentlich der Ausflusscoefficient gar nicht auf die Hahnmündung, sondern er muss auf den kleinsten Querschnitt der Hahnbohrung bezogen werden; von einem Druckverluste, oder von einer Widerstandshöhe ζ kann also auch nicht die Rede sein, wohl aber statt dessen von einem Contractionscoefficienten. Nur wegen Vergleichung mit den übrigen und namentlich mit den vorausgegangenen Versuchen sind zuerst in der vierten Columne der folgenden Tabelle VI. die der Ausmündung des Hahnrohres entsprechenden Ausflusscoefficienten (μ_1) aufgeführt. Aus diesen wurden aber durch die Formel $\alpha_1 = \left(\frac{a}{a_1}\right) \mu_1$ die der Hahnbohrung entsprechenden Ausflusscoefficienten (α_1) berechnet und in der fünften Columne zusammengestellt. Da aber die Röhre selbst einen Widerstand gibt, der annähernd durch die Formel $(1 - \mu^2) \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = \zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2$ bestimmt wird, so lässt sich der der Hahnmündung allein zukommende Ausfluss- oder Contractionscoefficient (α) aus der Gleichung

$$\frac{1}{\alpha_1^2} - \frac{1}{\alpha^2} = \zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2$$ bestimmen, welche

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2}}$$

gibt.

Zur Bestimmung dieser Coefficienten sind noch die sechste, siebente, achte und neunte Columne in folgender Tabelle, welche die Werthe von $\frac{1}{\alpha_1^2}$, $\zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2$, $\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2$ und α enthalten, zugefügt worden.

Wir haben bereits ermittelt:

für $\varphi = 0^{\circ}$, $\mu = 0{,}7875$, $\frac{1}{\mu^2} = 1{,}612$, daher $\zeta = 0{,}612$.

Bei 40° Drehung, wo $\frac{a_1}{a} = 0{,}352$ ist, wurde dagegen $\tau = 194$ Sec. gefunden, daher ist für diese Hahnstellung

$$\mu_1 = \frac{38{,}004}{194} = 0{,}1959,$$

$$\alpha_1 = \frac{0{,}1959}{0{,}352} = 0{,}5566,$$

$$\frac{1}{\alpha_1^2} = 3{,}228,$$

$\zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}612 . (0{,}352)^2 = 0{,}076$, und endlich der der Hahnbohrung allein zukommende Ausfluss- oder Contractionscoefficient

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{3{,}228 - 0{,}076}} = \sqrt{\frac{1}{3{,}152}} = 0{,}563$$

Die Coefficienten bei anderen Hahnstellungen enthält folgende Tabelle.

Tabelle VI.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierseitig gebohrte Hähne im parallelepipedischen Rohre, bei ungefülltem Querschnitt des Rohres.

Drehwinkel (φ).	Relativer Querschnitt $\left(\frac{a_1}{a}\right)$ des Hahndurchganges.	Ausflusszeit (τ).	Ausflusscoefficient μ.	Ausflusscoefficient $\alpha_1 = \mu\left(\frac{a}{a_1}\right)$.	Ausdruck $\frac{1}{\alpha_1^2}$.	Ausdruck $\zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2$.	Differenz $\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2$.	Contractionscoefficient (α).
0	1,000	$48\frac{1}{4}$	0,7875	0,7875	1,612	0,612	1,000	1,000
35	0,436	137*)	0,2774	0,6367				
		140**)	0,2715	0,6231				
		144***)	0,2639	0,6058				
$37\frac{1}{2}$	0,394	170****)	0,2235	0,5677	3,103	0,095	3,008	0,577
40	0,352	194	0,1959	0,5566	3,228	0,076	3,152	0,563
$42\frac{1}{2}$	0,310	223	0,1704	0,5489	3,319	0,059	3,260	0,554
45	0,269	259	0,1467	0,5448	3,370	0,044	3,326	0,548
$47\frac{1}{2}$	0,229	309	0,1230	0,5379	3,456	0,032	3,424	0,540
50	0,188	374	0,1016	0,5392	3,439	0,022	3,417	0,541
$52\frac{1}{2}$	0,149	464	0,0819	0,5503	3,302	0,014	3,288	0,552
55	0,110	604	0,0629	0,5724	3,052	0,007	3,045	0,573
60	0,027	1658	0,0229	0,8519	unsicher	—	—	—

*) der volle Ausfluss hörte auf nach 105 Secunden.
**) = = = = = = 89 =
***) = = = = = = 65 =
****) = = = = = = 20 =

Die nämlichen Versuche wurden auch bei kleineren Niveauabständen wiederholt und die Ergebnisse derselben in folgender Tabelle (VII) zusammengestellt. Hierbei war

$h_1 = 0{,}785 - 0{,}025 = 0{,}760$ Meter,

$h_2 = 0{,}760 - 0{,}123 = 0{,}637$ Meter, daher

$$h = \left(\frac{0{,}8718 + 0{,}7981}{2}\right)^2 = 0{,}835^2 = 0{,}697 \text{ und}$$

$$\mu = \frac{159{,}82.\ 0{,}0737}{\tau} = \frac{11{,}772}{\tau}.$$

Bei $\varphi = 40°$ ergab sich $\tau = 61$ Secunden, daher ist für diese Stellung

$$\mu_1 = \frac{11{,}772}{61} = 0{,}1930, \text{ ferner}$$

$$\alpha_1 = \frac{0{,}1930}{0{,}352} = 0{,}5484,$$

$$\frac{1}{\alpha_1^2} = 3{,}325,$$

$$\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 3{,}325 - 0{,}076 = 3{,}249.$$

Es folgt der gesuchte Contractions- oder Ausflusscoefficient für die blosse Hahnbohrung:

$\alpha = \sqrt{\frac{1}{3{,}249}} = 0{,}555$, während wir bei grösseren Niveauabständen und bei einer kleineren mittleren Druckhöhe 0,563 gefunden haben.

Die Ausflusscoefficienten für die übrigen Hahnstellungen enthält folgende Tabelle (VII).

Tabelle VII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierseitig gebohrte Hähne im parallelepipedischen Rohre bei 0,697 Meter mittlerer Druckhöhe.

φ	$\frac{a_1}{a}$	τ	μ_1	$\frac{1}{\mu_1^2}$	ζ				
30	0,520	$32\frac{3}{4}$	0,3595	7,740	6,128				
$32\frac{1}{2}$	0,478	$36\frac{1}{2}$	0,3225	9,613	8,001				
$33\frac{3}{4}$	0,457	$38\frac{1}{2}$	0,3058	10,696	9,084				
35	0,436	$47\frac{1}{2}$	0,2478	16,281	14,669				
				α_1	$\frac{1}{\alpha_1^2}$	$\zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2$	$\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2$	α	
$37\frac{1}{2}$	0,394	$53\frac{3}{4}$	0,2190	0,5563	3,231	0,095	3,136	0,565	
40	0,352	61	0,1930	0,5484	3,325	0,076	3,249	0,555	
$42\frac{1}{2}$	0,310	70	0,1682	0,5418	3,407	0,059	3,348	0,547	
45	0,269	$81\frac{1}{4}$	0,1449	0,5380	3,455	0,044	3,411	0,542	
$47\frac{1}{2}$	0,229	97	0,1214	0,5308	3,548	0,032	3,516	0,533	
50	0,188	$117\frac{1}{2}$	0,1002	0,5318	3,536	0,022	3,514	0,533	
$52\frac{1}{2}$	0,149	$148\frac{1}{2}$	0,0793	0,5329	3,523	0,014	3,509	0,534	
55	0,110	$201\frac{1}{2}$	0,0584	0,5316	3,539	0,007	3,532	0,532	
$57\frac{1}{2}$	0,072	298	0,0395	0,5502	3,303	0,003	3,300	0,550	
60	0,027	617	0,0191	0,7093	unsicher	—	—	—	

Bei den ersten 4 Versuchen (30°, $32\frac{1}{2}$°, 35° und $37\frac{1}{2}$° Drehung) fand voller Ausfluss statt, bei $37\frac{1}{2}$° und mehr Drehung füllte das ausfliessende Wasser das Rohr nicht aus.

Die Querschnitte des Wasserstrahles bei $37\frac{1}{2}$°, 55° und 60° sind durch *a*, *b*, *c* Fig. 4 Taf. II. repräsentirt.

Die in dieser Tabelle zusammengestellten Ergebnisse stimmen mit denen der vorigen und mit denen der folgenden gut zusammen. Z. B. für $\varphi = 32\frac{1}{2}$° ist hiernach $\zeta = 8{,}001$, nach Tab. V. aber $\zeta = 8{,}032$. Ferner die gewonnenen Ausflusscoefficienten sind hier 0,532 bis 0,565, in Tab. VI. hingegen 0,540 bis 0,577. Es ist übrigens eine Thatsache, dass der grösseren Druckhöhe (0,697 Meter) kleinere Ausflusscoefficienten zukommen, als der kleineren Druckhöhe (0,567 Meter). Die kleine Veränderlichkeit der Ausflusscoefficienten in der letzten Columne ist nicht dem blossen Zufall oder der Unvollkommenheit der Beobachtungen beizumessen, denn das allmählige Abnehmen und spätere Steigen dieser Coefficienten, welches wir schon bei den Schiebern beobachtet haben, hat sicherlich seinen Grund darin, dass der Ausflusscoefficient mit der relativen Grösse der Öffnung wächst und mit dem absoluten Grösserwerden derselben abnimmt, wie durch spätere Versuche vollkommen überzeugend gefunden wurde.

Eine andere Frage ist noch, wie stimmt die bekannte theoretisch bestimmte Formel für die Widerstandscoefficienten

$\zeta = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ mit den Versuchen zusammen, wenn man darin die gefundenen Coefficienten einsetzt?

Für $\varphi = 30°$ ist $\frac{a_1}{a} = 0{,}520$ und nach Tab. V. $\zeta = 6{,}024$; nehmen wir nun, wie für $\varphi = 37\frac{1}{2}°$ (Tab. VI.), $\alpha = 0{,}577$, so bekommen wir durch obige Formel

$\zeta = \left(\frac{1}{0{,}52.\ 0{,}577} - 1\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = 5{,}44$ Meter, welches eine grosse Abweichung noch nicht gibt.

Für $\varphi = 50°$ ist $\frac{a_1}{a} = 0{,}188$ und, weiter unten folgenden Versuchen zufolge, $\zeta = 79{,}663$. Setzen wir aber $\alpha = 0{,}541$, so gibt die theoretische Formel

$\zeta = \left(\frac{1}{0{,}188.\ 0{,}541} - 1\right)^2 = 8{,}811^2 = 77{,}64.$

Bei allen diesen Berechnungen gibt die theoretische Formel zu wenig, weshalb anzunehmen ist, dass die in der letzten Columne der letzten zwei Tabellen aufgeführten Ausflusscoefficienten (α) nicht blosse Contractions-, sondern Producte aus Contractions- und Geschwindigkeitscoefficienten sind.

b) Ausfluss durch die angesteckte, 61 Centimeter lange Eisenröhre.

Um einen vollen Ausfluss auch bei höheren Stellungen, wo der Querschnitt der Durchgangsöffnung sehr klein ausfällt, zu erzielen, wurde noch eine 61 Centimeter lange Röhre an das Ende des Hahnrohrs geschoben, wodurch die ganze Röhre um 58,8 Centimeter an Länge zunahm. Der Querschnitt der Ausmündung dieser Röhre war

$a = 12{,}49$ Quadratcentimeter, daher

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 158{,}66 \text{ und}$$

$$\mathrm{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}2004806.$$

Ferner wurde gefunden

$h_1 = 0{,}8100 - 0{,}0250 = 0{,}785$ Meter,

$h_2 = 0{,}785 - 0{,}382 = 0{,}403$ Meter, also

$h = \left(\frac{0{,}8860 + 0{,}6348}{2}\right)^2 = 0{,}578$ Meter.

Hiernach folgt die Formel für den Ausflusscoefficienten

$$\mu = \frac{158{,}66\ (0{,}8860 - 0{,}6348)}{\tau} = \frac{158{,}66.\ 0{,}2512}{\tau}$$

$$= \frac{39{,}853}{\tau}.$$

Beim freien Ausfluss (Stellung auf 0°) war

$\tau = 56\frac{1}{4}$ Secunden, deshalb hier

$$\mu = \frac{39{,}853}{56{,}25} = 0{,}7085 \text{ und}$$

$$\zeta = 0{,}992.$$

Die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe enthält folgende Tabelle.

Tabelle VIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierkantig gebohrte Hähne im längeren parallelepipedischen Rohre.

Stellwinkel (φ).	Relativer Querschnitt $\left(\frac{a_1}{a}\right)$.	Ausflusszeit (τ).	Ausflusscoefficienten μ_1.	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	$56\frac{1}{4}$	$0{,}7085 = \mu$	1,992	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,963	$56\frac{1}{2}$	0,7054	2,010	0,018
5	0,926	57	0,6992	2,046	0,054
$7\frac{1}{2}$	0,888	$58\frac{1}{2}$	0,6812	2,155	0,163
10	0,849	$60\frac{1}{2}$	0,6587	2,305	0,313
$12\frac{1}{2}$	0,809	$63\frac{1}{2}$	0,6276	2,539	0,547
15	0,769	$67\frac{1}{2}$	0,5904	2,869	0,877
$17\frac{1}{2}$	0,728	$72\frac{1}{2}$	0,5497	3,309	1,317
20	0,687	78	0,5109	3,831	1,839
$22\frac{1}{2}$	0,646	85	0,4689	4,549	2,557
25	0,604	93	0,4285	5,446	3,454
$27\frac{1}{2}$	0,562	$102\frac{1}{2}$	0,3888	6,615	4,623
30	0,520	$113\frac{1}{2}$	0,3511	8,111	6,119
$32\frac{1}{2}$	0,478	$126\frac{1}{2}$	0,3151	10,075	8,083
35	0,436	$143\frac{1}{2}$	0,2777	12,965	10,973
$37\frac{1}{2}$	0,394	164	0,2430	16,934	14,942

Die Fortsetzung dieser Versuche erfolgte mit einer kleineren Ausflussmenge und bei einer etwas grösseren mittleren Druckhöhe.

Es war hier $h_1 = 0{,}785$, wie vorher, aber

$h_2 = 0{,}785 - 0{,}145 = 0{,}64$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}886 + 0{,}800}{2}\right)^2 = 0{,}712 \text{ Meter}$$

und

$$\mu = \frac{158{,}66.\ 0{,}086}{\tau} = \frac{13{,}645}{\tau}.$$

Für $\varphi = 30°$ wurde $\tau = 39$ Sec. gefunden, weshalb hier

$$\mu = \frac{13{,}645}{39} = 0{,}3499 \text{ und}$$

$\zeta = 7{,}169$ folgt.

Fortsetzung von Tab. VIII.

(φ)	$\left(\frac{a_1}{a}\right)$	(τ)	μ_1	$\frac{1}{\mu_1^2}$	$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
30	0,520	39	0,3499	8,169	6,177
$32\frac{1}{2}$	0,478	43	0,3173	9,931	7,939
35	0,436	$49\frac{1}{2}$	0,2757	13,160	11,168
$37\frac{1}{2}$	0,394	56	0,2437	16,843	14,851
40	0,352	65	0,2099	22,692	20,700
$42\frac{1}{2}$	0,310	75	0,1819	30,211	28,219
45	0,269	$89\frac{1}{4}$	0,1525	43,022	41,030
$47\frac{1}{2}$	0,229	108	0,1263	62,645	60,653
50	0,188	134 *)	0,1018	96,439	94,447
$52\frac{1}{2}$	0,149	$176\frac{1}{2}$ **)	0,0773	167,313	165,321
55	0,110	$240\frac{1}{2}$ ***)	0,0567	310,650	308,658

*) zwar voll im Rohre, jedoch abgelöst am obern Rande der Ausmündung, wie bei einem Überfall.

**) der gefüllte Querschnitt des Wassers zog sich im Rohre allmählig zurück, und nach 45 Secunden hörte der volle Ausfluss auf und das Wasser floss nur 1 Centimeter hoch im Rohre.

***) nicht voll.

Die Übereinstimmung der Ergebnisse in dem ersten Theile dieser Tabelle mit denen der fünften Tabelle ist im Allgemeinen gut, wenn auch einige Male grössere Abweichungen vorkommen. Z. B. für $\varphi = 20°$ ist hier $\zeta = 1{,}839$, nach Tab. V. aber $\zeta = 1{,}782$; für $\varphi = 30°$ hier $\zeta = 6{,}024$, dort $\zeta = 6{,}119$. Diese Abweichungen verschwinden aber in den entsprechenden Ausflusscoefficienten fast ganz. So ist z. B. für $\zeta = 1{,}839$, $\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} = 0{,}594$ und für $\zeta = 1{,}780$ ist $\mu = 0{,}590$ u. s. w.

Weit grössere Abweichungen stellen sich aber bei Vergleichung mit den beim Ausflusse durch Schieber gewonnenen Resultaten heraus. Dies ist aber auch zu erwarten und findet seine Erklärung darin, dass beim Schieber nur eine Verengung, beim Hahne aber zwei verengte Durchgänge und ausserdem noch eine doppelte Brechung in der Richtung statt haben. Z. B. für den relativen Querschnitt

$\frac{a_1}{a} = 0{,}394$ (bei $37\frac{1}{2}°$) wurde hier

ein Mal $\zeta = 14{,}942$,

ein zweites Mal $\zeta = 14{,}851$ gefunden, während der Schieber für

$\frac{a_1}{a} = 0{,}400$ ein Mal $\zeta = 8{,}078$, ein zweites Mal $\zeta = 8{,}116$

und für

$\frac{a_1}{a} = 0{,}350$ ein Mal $\zeta = 11{,}692$, ein zweites Mal $\zeta = 11{,}917$

gab, weshalb sich durch Interpolation für

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}394 \text{ ein Mal } \zeta = 8{,}078 + 0{,}12\,(11{,}692 - 8{,}078)$$
$$= 8{,}078 + 0{,}434 = 8{,}512 \text{ und}$$

ein zweites Mal $\zeta = 8{,}116 + 0{,}12\ (11{,}917 - 8{,}116)$
$= 8{,}116 + 0{,}456 = 8{,}572$

ergibt.

c) Ausfluss unter Wasser.

Um den regelmässigen vollen Ausfluss so weit wie möglich hinauszuziehen und denselben noch bei den kleinsten Hahndurchgängen zu erzwingen, wurden noch folgende Versuche mit dem Ausflusse unter Wasser angestellt. Zu diesem Zwecke wurde ein parallelepipedischer Kasten von 70 Centimeter Länge, 50 Centimeter Breite und 30 Centimeter Tiefe so vor das Ausflussreservoir gestellt, dass das einfache Hahnrohr 5 Centimeter über dem Boden in demselben ausmündete. Durch einen stellbaren Überfall, welcher über der ganzen Breite dieses Kastens wegging, wurde dafür gesorgt, dass der Wasserspiegel während der ganzen Versuchsreihe im Mittel um 0,148 Meter über der Mitte der Hahnmündung stehen blieb. Die Versuchsreihe konnte erst bei 30° Drehung ihren Anfang nehmen, weil bei weniger Drehung das Wasser in diesem vorgesetzten Kasten durch das einströmende Wasser zu unruhig gemacht wurde, um richtige Resultate erhalten zu können. Selbst bei 30° war diese Bewegung noch bemerkbar, und nur erst bei 35° und mehr verlor sie sich allmählig. Als grösste Druckhöhe (h_1) war natürlich der Niveauabstand beider Wasserspiegel, bei welchem der Ausfluss aufgehört hatte, anzunehmen. Die kleinste Druckhöhe (h_2) war wie gewöhnlich die Differenz zwischen der grössten Druckhöhe und der Senkhöhe des Wasserspiegels während des Ausflusses.

Für diese Versuche bleibt $a = 12{,}40$ und also auch

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 159{,}82.$$

Übrigens war $h_1 = 0{,}612$ Meter und
$h_2 = 0{,}254$ Meter, daher

$$h = \left(\frac{0{,}7823 + 0{,}5040}{2}\right)^2 = 0{,}414 \text{ Meter.}$$

Hieraus folgt die Formel für den Ausflusscoefficienten

$$\mu = \frac{159{,}81\ (0{,}7823 - 0{,}5040)}{\tau} = \frac{159{,}81.\ 0{,}2783}{\tau}$$
$$= \frac{44{,}475}{\tau}.$$

Bei 30° Drehung war $\tau = 121$ Secunden, folglich ist hier der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{44{,}475}{121} = 0{,}3676$$

und der Widerstandscoefficient

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 6{,}402.$$

Nimmt man in Ermangelung einer anderen Bestimmung den für eine grössere Druckhöhe gefundenen Widerstandscoefficienten des einfachen Rohres 0,612 auch hier an, so folgt der Widerstandscoefficient für den blossen Durchgang durch den auf 30° gestellten Hahn

$$\zeta = 6{,}402 - 0{,}612 = 5{,}790.$$

Vorstehende Versuche gaben bei dieser Stellung $\zeta = 6{,}024$; 6,128; 6,119 und 6,177, also etwas mehr.

Folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe.

Tabelle IX.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierkantig gebohrte Hähne und für den Ausfluss unter Wasser.

Stellwinkel (φ).	Relativer Querschnitt der Verengung $\left(\frac{a_1}{a}\right)$.	Ausflusszeit (τ) in Secunden.	Ausflusscoefficienten (μ_1).	Ausdrücke $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficienten $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
30	0,520	121	0,3676	7,402	5,790
$32\frac{1}{2}$	0,478	136	0,3271	9,349	7,737
35	0,436	151	0,2946	11,524	9,912
$37\frac{1}{2}$	0,394	174	0,2556	15,303	13,691
40	0,352	$198\frac{1}{2}$	0,2241	19,915	18,303
$42\frac{1}{2}$	0,310	230	0,1934	26,738	25,126
45	0,269	$272\frac{1}{2}$	0,1632	37,532	35,920
$47\frac{1}{2}$	0,229	327	0,1360	54,046	52,434
50	0,188	401	0,1109	81,275	79,663
55	0,110	630	0,0706	200,604	198,992
60	0,027	1675	0,0266	1418,071	1416,459

Die hier gefundenen Widerstandscoefficienten sind durchgängig etwas kleiner als diejenigen, welche für den Ausfluss in freier Luft gefunden wurden. Es mag dies grösstentheils darin seinen Grund haben, dass bei diesen die mittlere Druckhöhe nur 0,414 Meter, dort aber 0,567 Meter und selbst noch mehr mass. Einer kleineren Druckhöhe entspricht aber ein grösserer Contractionscoefficient α, und diesem wieder, der Formel $\zeta = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ zufolge, ein kleinerer Widerstandscoefficient.

d) Ausfluss durch Mündungen im dünnen Blech.

Der volle Ausfluss bei mehr zugedrehtem Hahne wurde auch noch dadurch hervorgerufen, dass man eine kleine Mündung im dünnen Blech in die Ausmündung des Hahnrohres schob und das Wasser durch diese ausfliessen liess.

Die Form dieses Mundstückes und die Art und Weise, wie dasselbe in die Hahnröhre eingesetzt ist, führt Fig. 22 Taf. I. vor Augen. Die Mündung selbst war 2,020 Centimeter lang und 0,976 Centimeter hoch, hatte also den Inhalt

$$a_2 = 2{,}02.\ 0{,}976 = 1{,}9715 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Der Flächeninhalt der Röhre bleibt

$$a = 12{,}40 \text{ Quadratcentimeter, daher ist}$$

$$\frac{a_2}{a} = \frac{1{,}9715}{12{,}4} = 0{,}159 \text{ und}$$

$$\left(\frac{a_2}{a}\right)^2 = 0{,}02528.$$

Bei ziemlich geöffnetem Hahne strömte das Wasser in einem sehr schönen krystallhellen Strahle, ähnlich wie Fig. 13 und Fig. 14 Taf. I. aus.

Die bei jedem Versuche ausfliessende Wassermenge war die kleinere, und deshalb die mittlere Druckhöhe die grössere. Es wurde gefunden

$$h_1 = 0{,}8100 - 0{,}0249 = 0{,}7851 \text{ Meter und}$$
$$h_2 = 0{,}7851 - 0{,}1450 = 0{,}6400 \text{ Meter, daher}$$
$$h = \left(\frac{0{,}8861 + 0{,}8000}{2}\right)^2 = 0{,}711 \text{ Meter.}$$

Hiernach folgt die Formel für den Ausflusscoefficienten:

$$\mu_2 = \frac{2A}{a_2\sqrt{2g}} \frac{\left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right)}{\tau} = \frac{1981{,}7,\ 0{,}0861}{1{,}9715.\ \tau}$$
$$= \frac{86{,}5}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne ($\varphi = 0°$) wurde $\tau = 137$ Secunden gefunden, weshalb der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu_2 = \frac{86{,}5}{137} = 0{,}6314$$

folgt.

Bezeichnet α den Contractionscoefficienten für die Ausmündung, so muss man eigentlich die Ausflussöffnung αa_2 und sonach jenen Ausflusscoefficienten

$$\frac{\mu_2}{\alpha} = \frac{2A\left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right)}{\alpha a_2\sqrt{2g}.\ \tau} = \frac{0{,}6314}{\alpha}, \text{ endlich auch den entsprechenden Widerstands-}$$

coefficienten

$$\frac{\alpha^2}{{\mu_2}^2} - 1 = \frac{\alpha^2}{0{,}6314^2} - 1 = 2{,}508\alpha^2 - 1$$

setzen.

Der Widerstandscoefficient für die Bewegung des Wassers in der Röhre ist, da das Wasser in dieser $\frac{\alpha a_2}{a}$mal so schnell fliesst als in der Mündung,

$$= \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)\left(\frac{\alpha a_2}{a}\right)^2 = 0{,}612.\ 0{,}02528 = 0{,}016.$$

Nimmt man nun an, dass beim Ausfluss durch die Mündung im dünnen Bleche ein Geschwindigkeitsverlust nicht statt hat, so gilt die Gleichung

$$\frac{\alpha^2}{{\mu_2}^2} - 1 = \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)\left(\frac{\alpha a_2}{a}\right)^2, \text{ oder}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{{\mu_2}^2} = \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)\left(\frac{a_2}{a}\right)^2, \text{ woraus dann der Contractionscoefficient für die}$$

eingesetzte Mündung im Bleche folgt

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{{\mu_1}^2} - \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)\left(\frac{a_2}{a}\right)^2}}.$$

Hier ist $\frac{1}{{\mu_2}^2} - \left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)\left(\frac{a_2}{a}\right)^2 = 2{,}508 - 0{,}016 = 2{,}492$, daher der gesuchte Contractionscoefficient

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2{,}492}} = 0{,}633.$$

Für $\varphi = 50$ Grad wurde $\tau = 191$ Sec. gefunden, weshalb der Ausflusscoefficient

$$\frac{\mu_3}{\alpha} = \frac{86{,}5}{\alpha\tau} = \frac{86{,}5}{191\,\alpha} = \frac{0{,}4529}{\alpha} \text{ und}$$

der Widerstandscoefficient

$$\frac{\alpha^2}{{\mu_3}^2} - 1 = 4{,}875\ \alpha^2 - 1$$

sich ergibt.

Jetzt folgt der Widerstandscoefficient für den Durchgang durch die Hahnbohrung, bezogen auf die Ausflussgeschwindigkeit:

$$\frac{\alpha^2}{{\mu_3}^2} - \frac{\alpha^2}{{\mu_2}^2} = (4{,}875 - 2{,}508)\ \alpha^2 = 2{,}367\ \alpha^2,$$

und bezogen auf die Geschwindigkeit des Wassers im Hahnrohre:

$$\zeta = \left(\frac{\alpha^2}{{\mu_3}^2} - \frac{\alpha^2}{{\mu_2}^2}\right) : \left(\frac{\alpha a_2}{a}\right)^2 = \left(\frac{1}{{\mu_3}^2} - \frac{1}{{\mu_2}^2}\right)\left(\frac{a}{a_2}\right)^2$$

$$= 2{,}367.\ 39{,}496 = 93{,}48.$$

In den vorausgegangenen Untersuchungen (Tab. VIII) wurde $\zeta = 94{,}447$ gefunden, was eine gute Übereinstimmung ist.

Die übrigen, durch Beobachtungen und Rechnung gewonnenen Resultate enthält folgende Tabelle X. Bei Vergleichung derselben mit den Ergebnissen, welche beim Ausfluss durch die lange Röhre gewonnen wurden, stellt sich eine den Umständen angemessene und zufriedenstellende Übereinstimmung heraus. Die grösseren Abweichungen am Ende der Versuchsreihe sind aus bekannten Gründen erklärlich und nicht zu vermeiden.

Tabelle X.

Coefficienten des Wasserdurchganges durch vierkantig gebohrte Hähne beim Ausfluss durch eine Mündung im dünnen Blech.

φ	$\frac{a_1}{a}$	τ	μ_3	$\frac{1}{{\mu_3}^2}$	$\frac{1}{{\mu_3}^2} - \frac{1}{{\mu_2}^2}$	$\zeta = \frac{1}{{\mu_1}^2} - \frac{1}{\mu^2} = \left(\frac{a}{a_2}\right)^2\left(\frac{1}{{\mu_3}^2} - \frac{1}{{\mu_2}^2}\right)$
0	1,000	137	$0{,}6314 = \mu_2$	2,508	0,000	0,00
40	0,352	$149\frac{1}{2}$	0,5786	2,987	0,479	18,90
$42\frac{1}{2}$	0,310	$154\frac{1}{2}$	0,5599	3,190	0,682	26,92
45	0,269	163	0,5307	3,550	1,042	41,17
$47\frac{1}{2}$	0,229	$173\frac{1}{2}$	0,4986	4,023	1,515	59,82
50	0,188	191	0,4529	4,875	2,367	93,48
$52\frac{1}{2}$	0,149	220	0,3932	6,468	3,960	156,39
55	0,110	275	0,3146	10,106	7,598	300,08
$57\frac{1}{2}$	0,072	$325\frac{1}{2}$	0,2658	14,158	11,650	460,12

Es möchte nicht ohne Interesse sein, auch noch folgende, bei einer grösseren Mündung in der dünnen Wand angestellte Versuche anzuführen.

Es war hier $a_2 = 2{,}5102$ Quadratcentimeter,
$h_1 = 0{,}7606$,
$h_2 = 0{,}6374$ und
$h = 0{,}698$ Meter.

Deshalb ergab sich

$$\mu_2 = \frac{1981{,}7.\ 0{,}07375}{2{,}5102.\ \tau} = \frac{58{,}22}{\tau}.$$

Bei völlig geöffnetem Hahne war $\tau = 88\frac{3}{4}$ Secunden, weshalb hierbei

$$\mu_2 = \frac{58{,}22}{88{,}75} = 0{,}6560 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_2{}^2} = 2{,}324 \text{ sich herausstellt.}$$

Die übrigen Ergebnisse enthält folgende Tabelle.

Tabelle X*.

Coefficienten des Wasserdurchganges durch vierseitig gebohrte Hähne beim Ausfluss durch eine grössere Mündung im dünnen Blech.

φ	$\frac{a_1}{a}$	τ	μ_3	$\frac{1}{\mu_3{}^2}$	$\frac{1}{\mu_3{}^2} - \frac{1}{\mu_2{}^2}$	$\zeta = \frac{1}{\mu_1{}^2} - \frac{1}{\mu^2} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\mu_3{}^2} - \frac{1}{\mu_2{}^2}\right)$
0	1,000	$88\frac{3}{4}$	$0{,}6560 = \mu_2$	2,324	0,000	0,00
30	0,520	94	0,6194	2,607	0,283	6,91
35	0,436	96	0,6065	2,719	0,395	9,64
40	0,352	106	0,5493	3,315	0,991	24,18
45	0,269	$120\frac{1}{2}$	0,4832	4,283	1,960	47,82
50	0,188	$155\frac{1}{2}$	0,3744	7,133	4,809	117,36
55	0,110	250	0,2329	18,437	16,113	393,20

Endlich mögen noch die Resultate der Versuche beim Ausfluss durch eine kleinere Mündung im dünnen Bleche hier ihren Platz finden.

Es war hier $a_2 = 1{,}1976$ Quadratcentimeter,
$h_1 = 0{,}7606$,
$h_2 = 0{,}6374$, folglich
$h = 0{,}698$ Meter.

Deshalb ergab sich

$$\mu_2 = \frac{1981{,}7.\ 0{,}07375}{1{,}1976.\ \tau} = \frac{122{,}04}{\tau}.$$

Bei völlig geöffnetem Hahne war die Ausflusszeit $\tau = 196$ Secunden, folglich der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu_2 = \frac{122{,}04}{196} = 0{,}6226 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\alpha_2{}^2} = 2{,}579.$$

Folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe.

Tabelle X**.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch vierseitig gebohrte Hähne im parallelepipedischen Rohre und beim Ausfluss durch eine kleinere Mündung im dünnen Blech.

φ	$\frac{a_1}{a}$	τ	μ_3	$\frac{1}{\mu_3^2}$	$\frac{1}{\mu_3^2} - \frac{1}{\mu_2^2}$	$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = \left(\frac{a}{a_2}\right)^2 \left(\frac{1}{\mu_3^2} - \frac{1}{\mu^2}\right)$
0	1,000	196	$0{,}6226 = \mu_2$	2,579	0,000	0,00
30	0,520	198	0,6164	2,632	0,053	5,67
35	0,436	199	0,6133	2,659	0,080	8,53
40	0,352	202	0,6042	2,740	0,161	17,20
45	0,269	209	0,5839	2,933	0,354	37,90
50	0,188	221	0,5522	3,279	0,700	75,04
55	0,110	261	0,4676	4,574	1,995	213,83
60	0,027	466	0,2619	14,581	12,002	1286,69

Die zum Theil sehr grossen Abweichungen der Ergebnisse, welche in den letzten Tabellen (X, X*, X**) zusammengestellt worden sind, haben vorzüglich darin ihren Grund, dass die beobachteten Zeiten in sehr kleinen Differenzen wachsen, und daher ein Beobachtungsfehler von einer Zeitsecunde schon einen bedeutenden Einfluss auf das Rechnungsresultat hat. Z. B. für $\varphi = 50°$ wurde gefunden $\zeta = 93{,}48$, $117{,}36$ und $75{,}04$, wovon allerdings das Mittel $\frac{285{,}88}{3} = 95{,}29$ dem auf andere Weise gefundenen Werthe $94{,}447$ sehr nahe kommt.

Man ersieht hieraus, dass diese Versuche beim Einsetzen einer kleinen Mündung im dünnen Bleche nur dann, wenn der Hahn mehr zugedreht ist, wobei die Zeitunterschiede grösser ausfallen, erträglich genaue Resultate versprechen. Da aber gerade dann wieder der kleinste Fehler in der Hahnstellung einen beträchtlichen Fehler im Querschnittsverhältniss $\left(\frac{a_1}{a}\right)$ verursacht, so ist auch hier wieder die erwünschte Schärfe nicht zu erwarten.

---

2) Hahn mit runder Bohrung im cylindrischen Rohre.

Die Versuche über den Ausfluss durch cylindrisch gebohrte Hähne im cylindrischen Rohre wurden mit einem Hahne vorgenommen, der in einer $27\frac{1}{2}$ Centimeter langen und 4 Centimeter weiten Messingröhre sass und im Ganzen so geformt war, wie der in Fig. 1 und 2 Taf. II. abgebildete Hahn mit parallelepipedischer Bohrung. Der Apparat zum Drehen und Stellen des Hahnes, so wie die in einem eingetheilten Messingkreise bestehende Vorrichtung zum Ablesen der Drehungswinkel waren dieselben (s. B, 1). Der Hahn selbst war von unbedeutender Co-

nicität; der grössere Halbmesser mass 3,208 Centimeter und der kleinere 2,962 Centimeter, folglich war der mittlere Hahnhalbmesser

$$R = \frac{3{,}208 + 2{,}962}{2} = 3{,}085 \text{ Centimeter},$$

und die halbe Differenz der äusseren Halbmesser

$$\triangle = \frac{3{,}208 - 2{,}962}{2} = 0{,}123 \text{ Centimeter}.$$

Bei der Berechnung der Querschnitte können wir diese Conicität unberücksichtigt lassen und den Hahn als einen Cylinder von 3,085 Centim. Halbmesser ansehen. Die Fehler, welche wir bei dieser Annahme begehen, sind, wie wir schon bei dem parallelepipedisch gebohrten Hahne gesehen haben, unbedeutend, so lange die Durchgangsöffnung nicht sehr klein ist. Da aber bei einer kleinen Durchgangsöffnung, d. i. dann, wenn der Hahn beinahe abschliesst, schon der kleinste Fehler im Stellen oder Ablesen des Drehungswinkels einen bedeutenden Fehler im Resultate gibt, so können wir schon aus diesen Gründen auf ein scharfes Resultat bei kleinen Durchgangsöffnungen nicht rechnen und daher jene Differenz, welche aus der Abweichung des Hahnes von der Cylinderform entspringt, übersehen.

Der einem gewissen Stellwinkel (φ) des Hahnes entsprechende Querschnitt bestimmt sich, unter der Voraussetzung, dass der Hahn cylindrisch ist oder als ein Cylinder angesehen werden kann, auf folgende Weise. Er sei *ABDE* Fig. 5 Taf. II. der cylindrische Hahn und *CHCK* (s. Aufriss) die cylindrische Bohrung desselben. Der Halbmesser $CF = CG$ (s. Grundriss) derselben ist dem Halbmesser r des Hahnrohres gleich, die halbe Tiefe *FH* der Bohrung ist aber durch die Formel

$$FH = GK = \sqrt{R^2 - r^2}$$

bestimmt.

Dreht man den Hahn um einen Winkel $FCF_1 = HCH_1 = KCK_1$, so dass die Einmündung der Bohrung aus der Lage *HK* in die Lage H_1K_1 kommt, so entsteht eine Durchgangsöffnung H_1NKN (s. Aufriss), deren Querschnitt aus zwei Segmenten NH_1N und *NKN*, wovon das letztere einem Kreise angehört, zusammengesetzt ist. Die vertikale Linie *NN*, in welcher diese beiden Segmente zusammenstossen, geht durch den Endpunkt *M* des Halbmessers, welcher nach dem Durchschnitte *L* der beiden Mündungsdurchmesser *HK* und H_1K_1 gerichtet ist, denn diesem Endpunkte entsprechen die gleichen Ordinaten *Nn* und N_1n_1 der in der Figur umgeklappten Querschnitte der Hahnbohrung und der Hahnröhre. Es ist hiernach das Kreissegment *NKN* (s. Aufriss) gleich dem doppelten Segmente $KN_1n_1 = H_1Nn$ (s. Grundriss). Der Inhalt des letzteren bestimmt sich aber auf folgende Weise.

Ist *O* der Mittelpunkt des Durchmessers H_1K_1 der Bohrung, so lässt sich $Op = u$ als Abscisse und $pP = y$ als Ordinate des zu berechnenden Flächenstückes H_1Nn ansehen. Hiernach ist ein Element dieses Flächenstückes:

$dF = ydu$, oder, da $y = \sqrt{r^2 - u^2}$,

$dF = \sqrt{r^2 - u^2}.\ du$ und sonach, wenn man die anfängliche Abscisse *On* mit b bezeichnet, der vollständige Inhalt dieses Flächenstückes:

$$dF = \int_b^r ydu = \int_b^r \sqrt{r^2 - u^2}.\ du.$$

Bezeichnet φ den Drehungs- oder Stellwinkel $FCF_1 = HCH_1$, so hat man den Winkel $MCO = \frac{\varphi}{2}$ und daher

$$b = CM \sin MCO = R \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Bezeichnet dagegen α den Drehungswinkel HCK, bei welchem der Abschluss eintritt, so hat man

$$r = CH_1 \sin H_1CO = R \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Das zweite, den Querschnitt der Durchgangsöffnung bildende, Segment NH_1N (s. Aufriss) lässt sich auf folgende Weise berechnen.

Die Ordinate Pp ist dieselbe wie oben, nämlich

$y = \sqrt{r^2 - u^2}$, die Abscisse $Oq = x$ ist dagegen parallel zu HK und daher $= Op \cos H_1Cq - pr$, oder

$$x = u \cos \varphi - Qp \sin \varphi$$
$$= u \cos \varphi - v \sin \varphi,$$ wenn man die Ordinate Qp des Bogens H_1MK_1 mit v bezeichnet.

Nun ist aber die Hälfte des gesuchten Segmentes NH_1N (s. Aufriss):

$$F_1 = \int_b^r y dx, \text{ daher auch}$$
$$= \int_b^r \sqrt{r^2 - u^2} . d(u \cos \varphi - v \sin \varphi)$$
$$= \int_b^r \sqrt{r^2 - u^2} (\cos \varphi . du - \sin \varphi \, dv).$$

Um dieses Integral vollziehen zu können, muss dv durch u und du ausgedrückt sein. Nun ist aber, den Eigenschaften des Kreises zufolge, für die Bogenhöhe $z = RO - Qp = h - v$ die Gleichung

$z(2R - z) = \overline{Op}^2 = u^2$ giltig; es ist daher

$$z = R - \sqrt{R^2 - u^2} \text{ und}$$

$dv = -dz = -\frac{udu}{\sqrt{R^2 - u^2}}$, so wie das in Frage stehende Flächenstück

$$F_1 = \int_b^r \sqrt{r^2 - u^2} \left(\cos \varphi + \frac{u \sin \varphi}{\sqrt{R^2 - u^2}}\right) du$$

zu setzen.

Die gewöhnlichen Dimensionsverhältnisse der Hähne gestatten

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 - u^2}} = (R^2 - u^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{u^2}{2R^2}\right)$$

anzunehmen, weshalb nun der Ausdruck für das zweite Segment folgende Form annimmt:

$$F_1 = \int_b^r \sqrt{r^2 - u^2} \left(\cos \varphi + \frac{u \sin \varphi}{R} + \frac{u^3 \sin \varphi}{2R^3}\right) du.$$

Durch Addition und Verdoppelung der beiden Ausdrücke für F und F_1 ergibt sich folgende Formel für den Inhalt des Querschnittes der dem Stellwinkel φ entsprechenden Durchgangsöffnung:

$$a_1 = 2\int_b^r \sqrt{r^2 - u^2}\left(1 + \cos\varphi + \frac{u\sin\varphi}{R} + \frac{u^3\sin\varphi}{2R^3}\right) du.$$

Nun ist

$$\int \sqrt{r^2 - u^2}.\ du = \frac{u\sqrt{r^2 - u^2}}{2} + \frac{r^2}{2}\ arc\left(\sin = \frac{u}{r}\right), \text{ folglich}$$

$$\int_b^r \sqrt{r^2 - u^2}.\ du = \frac{r^2}{2}\left[\frac{\pi}{2} - arc\left(\sin = \frac{b}{r}\right)\right] - \frac{b\sqrt{r^2 - b^2}}{2};$$

ferner

$$\int \sqrt{r^2 - u^2}.\ udu = -\frac{1}{3}\sqrt{(r^2 - u^2)^3}, \text{ demnach}$$

$$\int_b^r \sqrt{r^2 - u^2}.\ udu = \frac{1}{3}\sqrt{(r^2 - b^2)^3};$$

endlich

$$\int \sqrt{r^2 - u^2}.\ u^3 du = -\frac{r^2}{3}\sqrt{(r^2 - u^2)^3} + \frac{1}{5}\sqrt{(r^2 - u^2)^5}, \text{ folglich}$$

$$\int_b^r \sqrt{r^2 - u^2}.\ u^3 du = \frac{r^2}{3}\sqrt{(r^2 - b^2)^3} - \frac{1}{5}\sqrt{(r^2 - b^2)^5}$$

$$= \frac{2r^2 + 3b^2}{15}\sqrt{(r^2 - b^2)^3};$$ es ergibt sich daher für den gesuchten Querschnitt

$$a_1 = (1 + \cos\varphi)\left[r^2\left(\frac{\pi}{2} - arc\ (\sin = \frac{b}{r})\right) - b\sqrt{r^2 - b^2}\right]$$

$$+ \frac{2}{3}\sin\varphi\,\frac{\sqrt{(r^2 - b^2)^3}}{R} + \frac{(2r^2 + 3b^2)\sin\varphi}{30}.\ \frac{\sqrt{(r^2 - b^2)^3}}{R^3}.$$

Durch Einführung eines Hilfswinkels ψ, für welchen

$$\cos\frac{\psi}{2} = \frac{b}{r} = \frac{R\sin\frac{\varphi}{2}}{R\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

ist, ergibt sich etwas einfacher

$$a_1 = r^2\left[\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2(\psi - \sin\psi) + \frac{2r}{3R}\sin\varphi\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3\left(1 + \frac{1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{10}.\frac{r^2}{R^2}\right)\right].$$

Bei ungefähren Bestimmungen, oder wenn man auf die grössere Genauigkeit Verzicht leisten will, kann man

$$\frac{1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{10}.\frac{r^2}{R^2}$$

ausser Acht lassen und demnach

$$a_1 = r^2\left[\left(\cos\frac{\varphi}{2}^2\right)(\psi - \sin\psi) + \frac{2r}{3R}\sin\varphi\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3\right]$$

setzen.

Wir rechnen nach der genaueren Formel und müssen hiernach das Querschnittsverhältniss oder den relativen Querschnitt des Hahndurchganges, für den Querschnitt (πr^2) des Hahnrohres als Einheit, setzen:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \psi - \sin\psi}{\pi} + \frac{2r}{3R}\,\frac{\sin\varphi}{\pi}\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3 \left(1 + \frac{1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{10} \cdot \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Bei dem zu unseren Versuchen in Anwendung gekommenen Hahne war

$r = 2{,}027$ und

$R = 3{,}085$ Centimeter, daher

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r}{R} = 0{,}65705$, welches

$\frac{\alpha}{2} = 41^\circ\ 4\frac{1}{2}'$, also

$\alpha = 82^\circ\ 9'$

gibt.

Eine einfache Beobachtung mit dem aufgesetzten, bis auf halbe Grade eingetheilten Kreis gab wirklich den Drehungswinkel, bei welchem ein Abschliessen eintrat, ungefähr $82\frac{1}{8}$ Grad.

Wir können nun in die obige Formel einsetzen:

$$\frac{1}{\pi} = 0{,}31831,$$

$$\frac{2r}{3\pi R} = \frac{0{,}43803}{\pi} = 0{,}13943 \text{ und}$$

$$\frac{r^2}{10\,R^2} = 0{,}04317,$$

und bekommen sonach für unsere Versuche

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}31831\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 (\psi - \sin\psi)$$

$$+\ 0{,}13943\ \sin\varphi\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3\left[1 + 0{,}04317\left(1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2\right)\right],$$

worin der Hilfswinkel ψ durch den Ausdruck

$$\cos\frac{\psi}{2} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{0{,}65705} = 1{,}52195\sin\frac{\varphi}{2}$$

bestimmt wird.

Auch lässt sich hiernach noch setzen

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}31831\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 (\psi - \sin\psi)$$

$$+\ 0{,}14545\ \sin\varphi\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3\left(1 + 0{,}1438\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2\right)$$

oder auch

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}15916\ (1 + \cos\varphi)\ (\psi - \sin\psi)$$

$$+\ 0{,}15590\ \sin\varphi\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^3 (1 - 0{,}0671\ \cos\varphi).$$

Es ist übrigens leicht zu erachten, dass diese Formel und eine hiernach berechnete Tabelle für die, verschiedenen Stellwinkeln entsprechenden, relativen Querschnitte der Hahndurch-

gänge in allen den Fällen anwendbar bleiben, bei welchen α, d. i. der Drehwinkel beim Abschliessen, derselbe, nämlich $= 82°\ 9'$ ist.

Um die Verhältnisse zwischen den Inhalten der verengten Querschnitte und den Widerstandscoefficienten übersehen zu können, hat man diese Inhalte für eine von $2\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{2}°$ steigende Reihe von Stellwinkeln berechnet und in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle XI.

Coefficienten für die, verschiedenen Stellungen eines rund gebohrten Hahnes entsprechenden, Querschnittsverhältnisse.

$\varphi°$	$\psi°$	ψ	$\sin\psi$	$\psi - \sin\psi$	Erstes Product.	Zweites Product.	Querschnittsverhältniss $\left(\frac{a_1}{a}\right)$, oder Summen beider Producte.
0	180° 0′	3,1416	0,0000	3,1416	1,0000	0,0000	1,000
$2\frac{1}{2}$	176° 12′	3,0753	0,0663	3,0093	0,9574	0,0063	0,964
5	172° 13′	3,0087	0,1325	2,8762	0,9138	0,0126	0,926
$7\frac{1}{2}$	168° 34′	2,9420	0,1982	2,7438	0,8697	0,0187	0,888
10	164° 46′	2,8757	0,2627	2,6130	0,8254	0,0246	0,850
$12\frac{1}{2}$	160° 56′	2,8088	0,3267	2,4821	0,7807	0,0302	0,811
15	157° 5′	2,7416	0,3894	2,3522	0,7360	0,0355	0,772
$17\frac{1}{2}$	153° 14′	2,6744	0,4504	2,2240	0,6915	0,0404	0,732
20	149° 21′	2,6066	0,5098	2,0968	0,6474	0,0448	0,692
$22\frac{1}{2}$	145° 27′	2,5386	0,5671	1,9715	0,6037	0,0487	0,652
25	141° 32′	2,4702	0,6221	1,8481	0,5607	0,0521	0,613
$27\frac{1}{2}$	137° 35′	2,4013	0,6745	1,7268	0,5186	0,0549	0,573
30	133° 36′	2,3318	0,7242	1,6076	0,4775	0,0570	0,535
$32\frac{1}{2}$	129° 35′	2,2617	0,7707	1,4910	0,4375	0,0585	0,496
35	125° 32′	2,1910	0,8138	1,3772	0,3988	0,0595	0,458
$37\frac{1}{2}$	121° 25′	2,1191	0,8534	1,2657	0,3613	0,0596	0,421
40	117° 16′	2,0467	0,8889	0,1578	0,3254	0,0592	0,385
$42\frac{1}{2}$	113° 2′	1,9728	0,9203	1,0525	0,2910	0,0581	0,349
45	108° 45′	1,8980	0,9469	0,9511	0,2584	0,0564	0,315
$47\frac{1}{2}$	104° 24′	1,8221	0,9686	0,8535	0,2276	0,0542	0,282
50	99° 56′	1,7441	0,9850	0,7591	0,1985	0,0513	0,250
$52\frac{1}{2}$	95° 22′	1,6645	0,9956	0,6689	0,1713	0,0484	0,220
55	90° 42′	1,5830	0,9999	0,5831	0,1460	0,0442	0,190
$57\frac{1}{2}$	85° 53′	1,4989	0,9974	0,5015	0,1227	0,0399	0,163
60	80° 54′	1,4120	0,9874	0,4246	0,1014	0,0356	0,137
$62\frac{1}{2}$	75° 42′	1,3215	0,9691	0,3524	0,0820	0,0309	0,113
65	70° 17′	1,2267	0,9414	0,2853	0,0646	0,0262	0,091
$67\frac{1}{2}$	64° 32′	1,1263	0,9028	0,2235	0,0492	0,0214	0,071
70	58° 24′	1,0193	0,8517	0,1676	0,0358	0,0166	0,052
$72\frac{1}{2}$	51° 42′	0,9023	0,7848	0,1175	0,0243	0,0121	0,036
75	44° 12′	0,7714	0,6972	0,0742	0,0149	0,0079	0,023
$77\frac{1}{2}$	35° 25′	0,6181	0,5795	0,0386	0,0075	0,0042	0,012
80	23° 55′	0,4174	0,4054	0,0120	0,0022	0,0013	0,004
$82\frac{1}{8}$	0° 0′	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,000

a) Ausfluss durch den cylindrisch gebohrten Hahn.

α) Ausfluss durch das einfache Hahnrohr in die freie Luft.

Der Durchmesser der Ausflussöffnung war 4,034 Centimeter, daher der Flächenraum derselben

$$a = \pi . \left(\frac{4{,}034}{2}\right)^2 = 12{,}781 \text{ Quadratcentimeter und}$$

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}781} = 155{,}05, \text{ so wie}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}1904782.$$

Es wurde ferner gefunden

$h_1 = 0{,}7980 - 0{,}0202 = 0{,}7778$ Meter,

$h_2 = 0{,}7778 - 0{,}3818 = 0{,}3960$ Meter, demnach

$$h = \left(\frac{0{,}88193 + 0{,}62929}{2}\right)^2 = 0{,}571 \text{ Meter.}$$

Hieraus folgt nun die Formel für die Ausflusscoefficienten

$$\mu = \frac{155{,}05 . \ 0{,}25264}{\tau} = \frac{39{,}173}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne, also für die einfache, $27\frac{1}{2}$ Centimeter lange cylindrische Röhre, wurde die Ausflusszeit $\tau = 51$ Secunden beobachtet, weshalb für diesen Fall sich ergibt

$$\mu = \frac{39{,}173}{51} = 0{,}7681 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0{,}6950.$$

Die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe enthält folgende Tabelle.

Tabelle XII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch cylindrisch durchbohrte Hähne beim Ausfluss in die freie Luft.

Stellwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ des Verengung.	Ausflusszeit in Secunden τ.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	51	0,7681 = μ	1,695	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	$51\frac{1}{4}$	0,7643	1,712	0,017
5	0,926	$51\frac{1}{2}$	0,7606	1,728	0,033
$7\frac{1}{2}$	0,888	53	0,7391	1,831	0,136
10	0,850	55	0,7122	1,971	0,276
$12\frac{1}{2}$	0,811	$57\frac{1}{2}$	0,6813	2,155	0,460
15	0,772	61	0,6422	2,425	0,730
$17\frac{1}{2}$	0,732	$65\frac{1}{2}$	0,5981	2,796	1,101
20	0,692	71	0,5517	3,285	1,590
$22\frac{1}{2}$	0,652	78	0,5022	3,965	2,270
25	0,613	$85\frac{1}{2}$	0,4582	4,764	3,069
$27\frac{1}{2}$	0,573	$94\frac{1}{2}$	0,4145	5,820	4,125
30	0,535	105	0,3731	7,185	5,490
$32\frac{1}{2}$	0,496	118	0,3320	9,074	7,379
35	0,458	133	0,2945	11,527	9,832
$37\frac{1}{2}$	0,421	152 *)	0,2577	15,057	13,362
40	0,385	$178\frac{1}{2}$ **)	0,2195	20,764	19,069

				Contractionscoefficient $\alpha_1 = \frac{a}{a_1}\mu_1$.
$42\frac{1}{2}$	0,349	$204\frac{1}{2}$	0,1916	0,549
45	0,315	$233\frac{1}{2}$	0,1678	0,533
$47\frac{1}{2}$	0,282	265	0,1478	0,524
50	0,250	305	0,1284	0,514
$52\frac{1}{2}$	0,220	$350\frac{1}{2}$	0,1118	0,509
55	0,190	409	0,0958	0,504
$57\frac{1}{2}$	0,163	475	0,0825	0,507
60	0,137	$576\frac{1}{2}$	0,0679	0,496
$62\frac{1}{2}$	0,113	695 ***)	0,0564	0,499
65	0,091	$867\frac{1}{2}$	0,0452	0,497
$67\frac{1}{2}$	0,071	1080	0,0363	0,514
70	0,052	1470	0,0267	0,509
$72\frac{1}{2}$	0,036	2051	0,0191	0,525

*) Anfangs unruhiger und wallender Ausfluss; nach 45 Secunden hörte der volle Ausfluss auf, indem sich ein mehr gestreckter hohler Strahl bildete.

**) Bei diesem und bei den folgenden Versuchen ein hohler, aber ringsum anschliessender Strahl.

***) Die Strahlenquerschnitte bei diesem und bei den folgenden vier Versuchen sind in Fig. 6 Taf. II. durch a, b, c, d, e repräsentirt.

Für die Resultate bei Stellungen über 40 Grad sind die Widerstandscoefficienten oder Druckverluste nicht berechnet worden, weil bei diesen ein voller Ausfluss nicht statt hatte und

mehr die Erscheinungen beim Ausfluss durch die Mündung in der dünnen Wand eintraten. Aus diesem Grunde ist dann auch nicht der Querschnitt der Röhre, sondern der Querschnitt der Hahnbohrung als Ausflussöffnung anzusehen. Die diesen Öffnungen entsprechenden Ausflusscoefficienten sind in der fünften Columne als Contractionscoefficienten $\alpha_1 = \frac{a}{a_1}\mu_1$ aufgeführt worden.

Vergleicht man diese Werthe mit denen in Taf. VII. für den Durchgang durch vierseitig gebohrte Hähne, so stellt sich allerdings eine gute Übereinstimmung heraus. Während wir diese Contractionscoefficienten hier zwischen 0,50 und 0,55 finden, wurden sie dort 0,53 bis 0,56 gefunden, da sich aber hier eine mehr runde, dort eine mehr schmale und hohe Öffnung bildet, und bekanntlich bei Öffnungen jener Art eine kleinere Contraction statt hat als bei denen der letztern Art, so ist selbst noch die Abweichung der Ergebnisse beider Versuchsreihen erklärlich. Aber auch beim vollen Ausfluss findet eine gute Übereinstimmung statt. Während z. B. hier für $\varphi = 27\frac{1}{2}$ Grad, wo $\frac{a_1}{a} = 0{,}57$ ist, $\zeta = 4{,}125$ gefunden wurde, ist beim vierkantig gebohrten Hahne für $\varphi = 27\frac{1}{2}$ Grad, wo

$\frac{a_1}{a} = 0{,}56$, $\zeta = 4{,}508$, und für $\varphi = 25°$, wo

$\frac{a_1}{a} = 0{,}60$, $\zeta = 3{,}392$, weshalb sich durch Interpolation für

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}57,\ \zeta = 4{,}508 - \frac{4{,}508 - 3{,}392}{4}$$
$$= 4{,}508 - 0{,}279 = 4{,}229$$

herausstellt.

Um bei höheren Stellwinkeln einen vollen Ausfluss zu erzielen, wurden noch folgende Versuche mit einer an das Hahnrohr angeschobenen Eisenröhre von 60 Centimeter Länge angestellt.

β) Ausfluss durch ein angestecktes Eisenrohr in die freie Luft.

Der Durchmesser der Ausmündung dieser Röhre wurde = 4,042 Centimeter gefunden, folglich deren Inhalt

$$a = \pi.\ (2{,}021)^2 = 12{,}832 \text{ Quadratcentimeter}$$

und

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}832} = 154{,}44, \text{ so wie}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}1887486.$$

Es ergab sich ferner

$h_1 = 0{,}8260 - 0{,}0202 = 0{,}8058$ Meter,

$h_2 = 0{,}8058 - 0{,}3818 = 0{,}4240$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}89766 + 0{,}65115}{2}\right)^2 = 0{,}7743^2 = 0{,}600 \text{ Meter}$$

und hiernach der in Frage stehende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{154{,}44\ (0{,}89766 - 0{,}65115)}{\tau}$$
$$= \frac{154{,}44.\ 0{,}24651}{\tau} = \frac{38{,}070}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne, also für die blosse Röhrenverbindung, war die Ausflusszeit $\tau = 54\frac{3}{4}$ Secunden, daher ist für diesen Fall

$$\mu = \frac{38{,}070}{54{,}75} = 0{,}6953$$ und der Widerstandscoefficient

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 1{,}068.$$

In folgender Tabelle (XIII) sind die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe unter einander gestellt.

Tabelle XIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch cylindrisch gebohrte Hähne beim Ausfluss durch das verlängerte Hahnrohr in die freie Luft.

Drehwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	$54\frac{3}{4}$	$0{,}6953 = \mu$	2,068	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	55	0,6922	2,087	0,019
5	0,926	$55\frac{1}{2}$	0,6860	2,125	0,057
$7\frac{1}{2}$	0,888	$56\frac{3}{4}$	0,6708	2,222	0,154
10	0,850	$58\frac{1}{2}$	0,6508	2,361	0,293
$12\frac{1}{2}$	0,811	$60\frac{1}{2}$	0,6293	2,526	0,458
15	0,772	64	0,5948	2,826	0,758
$17\frac{1}{2}$	0,732	68	0,5599	3,191	1,123
20	0,692	$72\frac{1}{2}$	0,5251	3,627	1,559
$22\frac{1}{2}$	0,652	$78\frac{1}{2}$	0,4850	4,252	2,184
25	0,613	$86\frac{1}{2}$	0,4401	5,163	3,095
$27\frac{1}{2}$	0,573	95	0,4007	6,227	4,159
30	0,535	$104\frac{1}{2}$	0,3643	7,535	5,467
$32\frac{1}{2}$	0,496	115	0,3310	9,125	7,057
35	0,458	$130\frac{1}{2}$	0,2917	11,750	9,682
$37\frac{1}{2}$	0,421	$146\frac{1}{2}$	0,2599	14,808	12,740
40	0,385	$167\frac{1}{2}$	0,2273	19,358	17,290
$42\frac{1}{2}$	0,349	190	0,2004	24,908	22,840
45	0,315	$219\frac{1}{2}$	0,1734	33,243	31,175
$47\frac{1}{2}$	0,282	$249\frac{1}{2}$	0,1526	42,953	40,885
50	0,250	$286\frac{1}{2}$	0,1329	56,635	52,567
$52\frac{1}{2}$	0,220	$334\frac{1}{2}$	0,1138	77,202	75,134
55	0,190	395	0,0964	107,653	105,585
$57\frac{1}{2}$	0,163	466 *)	0,0817	149,832	147,764
				α_1	
60	0,137	$577\frac{1}{2}$ **)	0,0659	0,481	
$62\frac{1}{2}$	0,113	$685\frac{1}{2}$	0,0555	0,492	
65	0,091	$843\frac{1}{2}$	0,0451	0,497	
$67\frac{1}{2}$	0,071	$1040\frac{1}{2}$	0,0366	0,518	
70	0,052	1414	0,0269	0,514	

*) Nach 360 Secunden hörte der volle Ausfluss auf, wie aus der plötzlichen Vergrösserung der Sprungweite zu erkennen war.

**) Von hier an fand ein voller Ausfluss nicht mehr statt, weshalb auch für diese letzten Versuche die auf die Querschnitte der Durchgangsöffnungen bezogenen Ausflusscoefficienten (α_1) statt der Widerstandscoefficienten eingeführt worden sind.

Man erhält die genaueren Werthe für die Ausflusscoefficienten bei hohen Hahnstellungen, indem man sich der Formel

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1^2} - \zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2}}$$

bedient.

Z. B. für 60° ist $\alpha_1 = 0{,}481$, $\frac{a_1}{a} = 0{,}137$, und da nun noch der Röhrenwiderstandscoefficient $\zeta = 1{,}068$ gefunden wurde, so folgt der genaue Ausflusscoefficient, indem man annähernd

$$\alpha = \alpha_1\left(1 + \frac{1}{2}\zeta\left(\frac{\alpha_1 a_1}{a}\right)^2\right)$$

setzt,

$$\alpha = 0{,}481 + 0{,}240.\ 1{,}068\ (0{,}481.\ 0{,}137)^2$$
$$= 0{,}481 + 0{,}001 = 0{,}482.$$

Man ersieht hieraus, dass für sehr kleine Verengungen der Einfluss des Röhrenwiderstandes ausser Acht gelassen werden kann.

Die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der beiden letzten Versuchsreihen ist die erwünschte. Z. B. für 10°, 20°, 30° Stellung gibt die Tabelle XII.

$$\zeta = 0{,}276;\ 1{,}590;\ 5{,}490,$$

die Tabelle XIII.

$$\zeta = 0{,}293;\ 1{,}559;\ 5{,}467.$$

Die grössere Differenz bei 40° Stellung, wo nach Tab. XII. $\zeta = 19{,}069$, nach Tab. XIII. $\zeta = 17{,}290$ ist, hat ihren Grund darin, dass hier, bei dem kürzeren Rohre, der volle Ausfluss aufgehört hat, während er beim langen Rohre noch vollkommen erfolgt. Die berechneten Ausflusscoefficienten für Stellungen von 60° und darüber geben wieder eine gute Übereinstimmung.

γ) Ausfluss durch ein angestecktes Rohr und unter Wasser.

Um den vollen Ausfluss bei kleinen Hahndurchgängen auch noch auf eine andere Weise herbeizuführen, wurde der bereits erwähnte Wasserkasten wieder so vor das Ausflussreservoir gesetzt, dass das zweite Ende der an das Hahnrohr angesteckten Eisenröhre wenige Centimeter über dem Boden in diesen Kasten ausmündete. Das in diesen, schon vor dem Anfang einer jeden Beobachtung gefüllten Kasten fliessende Wasser floss durch einen Überfall wieder ab, weshalb sich ein unveränderlicher Wasserstand bildete, der allerdings dem Druck im Wasserreservoir entgegenwirkte und deshalb das Wasser nur unter der Differenz beider ausfliessen liess.

Bei diesen Versuchen war, wie bei den vorigen,

$$a = 12{,}832,\ \text{also auch}$$

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}44;\ \text{dagegen wurde gefunden:}$$

der Niveauabstand beider Wasserspiegel am Anfange der Beobachtung oder

$$h_1 = 0{,}6530,$$

und derselbe am Ende jeder Beobachtung oder

$$h_2 = 0{,}6530 - 0{,}1451 = 0{,}5079;$$

daher die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}80808 + 0{,}71267}{2}\right)^2 = 0{,}7604^2 = 0{,}578 \text{ Meter},$$

und

$$\mu = \frac{154{,}44.\ 0{,}09541}{\tau} = \frac{14{,}735}{\tau}.$$

Bei Einstellung des Hahnes auf 35° ergab sich die Ausflusszeit $\tau = 51$ Secunden, weshalb sich hiernach

$$\mu_1 = \frac{14{,}735}{51} = 0{,}2889 \text{ und}$$

$$\zeta_1 = \frac{1}{\mu_1^2} - 1 = 10{,}98$$

herausstellt.

Folgendes sind die übrigen Resultate der Beobachtung.

Tabelle XIV.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch cylindrisch gebohrte Hähne beim Ausfluss durch das verlängerte Hahnrohr und unter Wasser.

Drehwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
35	0,458	51	0,2889	11,98	9,91
37½	0,421	57½	0,2563	15,23	13,16
40	0,385	64½	0,2285	19,16	17,09
42½	0,349	74	0,1991	25,22	23,15
45	0,315	84½	0,1744	32,89	30,82
47½	0,282	96	0,1535	42,45	40,38
50	0,250	110	0,1340	55,73	53,66
52½	0,220	127½	0,1156	74,87	72,80
55	0,190	149½	0,0986	102,94	100,87
57½	0,163	179	0,0823	147,57	145,50
60	0,137	212½	0,0693	207,97	205,90
62½	0,113	260	0,0567	311,34	309,27
65	0,091	325½	0,0453	487,97	485,90
67½	0,071	411	0,0359	777,99	775,92
70	0,052	549	0,0268	1388,14	1386,07
72½	0,036	788	0,0187	2859,83	2857,76
75	0,023	1296	0,0114	7735,66	7733,59

Da bei völlig geöffnetem Hahne das Wasser im vorgesetzten Kasten in grosse Wallungen gerieth, so konnte durch diese Versuche der Röhrenwiderstand nicht ermittelt werden, und es musste daher für diese Versuchsreihe der beim Ausfluss in die freie Luft gefundene Werth $\zeta = 1{,}07$ hier benutzt werden. Wenn wir also z. B. für $\varphi = 35°$, $\frac{1}{\mu_1^2} = 11{,}98$ gefunden haben, so können wir den entsprechenden Widerstandscoefficienten

$$\zeta_1 = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 11{,}98 - 2{,}07 = 9{,}91$$

setzen, wie auch die vorstehende Tafel anzeigt.

Übrigens gewähren auch die Resultate dieser letzten Tabelle (XIV) eine gute Übereinstimmung mit den vorher gewonnenen Ergebnissen. Z. B. für $\varphi = 50^\circ$ ist nach Tab. XIII. $\zeta = 52{,}567$, nach Tab. XIV. aber $\zeta = 53{,}66$ u. s. w.

b) Ausfluss durch den gebrochenen oder krumm gebohrten Hahn.

Da in der praktischen Hydraulik nicht selten Hähne vorkommen, in welchen das Wasser um einen Rechtwinkel abgelenkt wird und dasselbe in der Axe des Hahnes selbst ausfliesst, so wurde noch in das Hahnrohr *AB* ein Hahn, wie *CD* Fig. 7 Taf. II. eingesetzt, auf dessen Kopf *H* die eingetheilte Gradscheibe geschraubt werden konnte und dessen, ein Knie bildende Bohrung vollkommen abgerundet und polirt war. Der Querschnitt der Bohrung war derselbe wie bei der cylindrischen Bohrung, deshalb ist eine besondere Berechnung von dem Inhalte desselben hier nicht nöthig. Wenn übrigens die Widerstände bei diesem Hahne kleiner ausfallen als bei dem gerade gebohrten Hahne, so hat dies seinen Grund darin, dass bei diesem Hahne nur eine Verengung gebildet wird, während beim geraden Hahne deren zwei entstehen. Bei weniger Drehung, wo die Zusammenziehung des Strahles nur noch klein ist, wird allerdings im krummen Hahn der Widerstand sich grösser herausstellen als im geraden Hahn, weil hier die bedeutende Krümmung den ansehnlichsten Widerstand hervorbringt.

Übrigens wurden diese Versuche auf dieselbe Weise vorgenommen, wie die oben beschriebenen.

a) Ausfluss durch das einfache, horizontal gestellte Hahnrohr in die freie Luft.

Der Halbmesser der Ausmündung wurde 2,020 Centimeter gefunden, folglich ist der Inhalt derselben

$$a = \pi . (2{,}020)^2 = 12{,}819 \text{ Quadratcentimeter}$$

und

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}59, \text{ wobei}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}1891889.$$

Ferner war

$$h_1 = 0{,}8020 - 0{,}0202 = 0{,}7818 \text{ Meter und}$$

$$h_2 = 0{,}7818 - 0{,}3820 = 0{,}3998 \text{ Meter,}$$

folglich die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}88419 + 0{,}63230}{2}\right)^2 = 0{,}575 \text{ Meter,}$$

und der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{154{,}59 . 0{,}25189}{\tau} = \frac{38{,}951}{\tau}.$$

Bei völlig geöffnetem Hahn, also für die einfache krumme Röhre, war die Ausflusszeit

$\tau = 56{,}5$ Secunden, folglich

$$\mu = \frac{38{,}951}{56{,}5} = 0{,}6892 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 1{,}105.$$

Für den geöffneten geraden Hahn, welcher mit diesem krummen Hahne einerlei Länge

hat, wurde $\zeta = 0{,}695$ gefunden; es ist demnach der **Krümmungswiderstand** in diesem Rohre

$$k = (1{,}105 - 0{,}695)\,\frac{v^2}{2g}$$

$$= 0{,}410.\,\frac{v^2}{2g},$$ also **einundvierzig Procent der Geschwindigkeitshöhe** gleich zu setzen.

Höchst eigenthümlich war die Form des ausfliessenden Wasserstrahles, der auffallend die Form eines aus zusammengedrehten Fäden bestehenden Seiles (s. Fig. 8 Taf. II.) annahm. Wurde der Hahn gedreht, so dass eine kleinere Durchgangsöffnung entstand, so trat diese Drehung der Wasserfäden noch mehr hervor und es wurde zugleich der ganze Strahl mehr conisch, wie Fig. 9 Taf. II. vorstellt.

Folgendes ist durch die ganze Versuchsreihe gewonnen worden.

Tabelle XV.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch krumm gebohrte Hähne beim Ausfluss durch den Hahn selbst und in die freie Luft.

Drehwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	$56\frac{1}{2}$	0,6892 $= \mu$	2,105	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	$56\frac{5}{8}$	0,6877	2,115	0,010
5	0,926	57	0,6832	2,143	0,038
$7\frac{1}{2}$	0,888	$57\frac{3}{4}$	0,6743	2,199	0,094
10	0,850	59	0,6600	2,296	0,191
$12\frac{1}{2}$	0,811	$61\frac{1}{4}$	0,6358	2,474	0,369
15	0,772	$63\frac{1}{2}$	0,6132	2,659	0,554
$17\frac{1}{2}$	0,732	66	0,5900	2,873	0,768
20	0,692	$68\frac{1}{2}$	0,5684	3,094	0,989
$22\frac{1}{2}$	0,652	$71\frac{1}{2}$	0,5446	3,371	1,266
25	0,613	$75\frac{3}{4}$	0,5141	3,784	1,679
$27\frac{1}{2}$	0,573	$81\frac{1}{4}$	0,4793	4,354	2,249
30	0,535	$87\frac{1}{2}$	0,4450	5,049	2,944
$32\frac{1}{2}$	0,496	96	0,4056	6,078	3,973
35	0,458	107	0,3639	7,550	5,445
$37\frac{1}{2}$	0,421	$119\frac{1}{2}$	0,3259	9,418	7,313
40	0,385	$132\frac{3}{4}$	0,2933	11,621	9,516
$42\frac{1}{2}$	0,349	149	0,2613	14,641	12,536
45	0,315	$167\frac{3}{4}$	0,2321	18,558	16,453
$47\frac{1}{2}$	0,282	190	0,2050	23,807	21,702
50	0,250	$216\frac{1}{2}$	0,1799	30,911	28,816
$52\frac{1}{2}$	0,220	$253\frac{1}{2}$	0,1536	42,379	40,274
55	0,190	$289\frac{1}{2}$	0,1345	55,271	53,166
$57\frac{1}{2}$	0,163	$334\frac{1}{2}$	0,1164	73,789	71,684
60	0,137	$394\frac{1}{2}$	0,0987	102,63	100,53
$62\frac{1}{2}$	0,113	476	0,0818	149,42	147,32
65	0,091	590	0,0660	229,56	227,46
$67\frac{1}{2}$	0,071	745	0,0523	366,03	363,93
70	0,052	975	0,0399	626,91	624,81

Bei 70° Stellung war der Strahl hohl; anfangs bedeckte er die ganze innere Cylinderfläche, später aber (nach 660 Secunden) schloss er sich nur an einen Theil dieser Fläche an.

Will man den Widerstand der Hahnverengung mit Berücksichtigung des Krümmungswiderstandes wissen, so hat man zu dem, in der letzten Columne enthaltenen, Widerstandscoefficienten den Coefficient 0,410 zu addiren, z. B. für $\varphi = 20°$ ist nach obiger Tabelle der Coefficient für die blosse Verengung = 0,989; also für die Verengung und Krümmung 0,989 + 0,410 = 1,399. Beim gerad gebohrten Hahne wurde 1,590 gefunden. Für $\varphi = 30°$ ist nach oben $\zeta = 2{,}944$, also für den ganzen Hahn = 3,354, für den geraden Hahn aber $\zeta = 5{,}490$. Es ist also bei dem krumm gebohrten Hahn (mit einer Verengung) der Widerstand immer kleiner als beim, zwei Verengungen bildenden, geradgebohrten Hahne.

Wahrscheinlich hörte bei 55° Hahnstellung und mehr der volle Ausfluss schon auf, weil hier die Reihe der Widerstandscoefficienten einen Sprung macht. Aus diesem Grunde sind denn auch für diese Stellungen die Ausflusscoefficienten unter der Voraussetzung, dass die Verengung im Hahne die Ausflussmündung ist, berechnet und in folgender kleinen Tabelle zusammengestellt worden.

Fortsetzung von Tab. XV.

Stellwinkel φ in Graden.	55	$57\frac{1}{2}$	60	$62\frac{1}{2}$	65	$67\frac{1}{2}$	70
Ausflusscoefficient α_1.	0,707	0,716	0,720	0,725	0,727	0,741	0,761

Es ist aus schon früher angeführten Gründen anzunehmen, dass diese Ausflusscoefficienten ziemlich nahe die entsprechenden Contractionscoefficienten angeben. Dass wir dieselben weit grösser (0,70 bis 0,76) als beim Durchgang durch die Mündung in der dünnen Wand finden, hat seinen Grund darin, dass hier der Wasserstrahl nur zum Theil und überhaupt weniger contrahirt wird.

β) Ausfluss durch eine, an den Hahn angeschobene und horizontal gestellte Eisenröhre, in die freie Luft.

Da das Wasser durch die kurze Hahnbohrung sehr divergirend ausfloss, so wurde auch noch die oft erwähnte Eisenröhre angesteckt, und eine ganze Reihe von Versuchen beim Ausfluss durch diese angestellt.

Hier war $a = 12{,}832$ Quadratcentimeter und

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}44,$$ wie früher.

Ferner wurde gefunden

$h_1 = 0{,}8020 - 0{,}0202 = 0{,}7818$ Meter,

$h_2 = 0{,}7818 - 0{,}3818 = 0{,}4000$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}88419 + 0{,}63245}{2}\right)^2 = 0{,}575 \text{ Meter},$$

und

$$\mu = \frac{154{,}22.\ 0{,}25174}{\tau} = \frac{38{,}878}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne war $\tau = 60\frac{1}{4}$ Secunden, daher für diesen Fall

$$\mu = \frac{38{,}878}{60{,}25} = 0{,}6453 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 1{,}402.$$

Bei dem geraden Hahne mit Ansteckröhre fanden wir $\zeta = 1{,}068$; folglich kommt auf die Krümmung im Hahne:

$1{,}402 - 1{,}068 = 0{,}334$, während wir vorher $= 0{,}410$ gefunden haben. Diese Differenz mag grossentheils darin ihren Grund haben, dass durch Ansteckröhre das Wasser regelmässiger und in weniger gedrehten Fäden ausströmte als durch die blosse Hahnbohrung.

Folgendes ist durch die ganze Versuchsreihe gewonnen worden.

Tabelle XVI.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch krumm gebohrte Hähne beim Ausfluss durch eine lange Ansatzröhre in die freie Luft.

Stellwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
0	1,000	$60\frac{1}{4}$	$0{,}6453 = \mu$	2,402	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	$60\frac{5}{16}$	0,6445	2,407	0,005
5	0,926	$60\frac{1}{2}$	0,6426	2,422	0,020
$7\frac{1}{2}$	0,888	61	0,6373	2,462	0,060
10	0,850	$62\frac{1}{2}$	0,6220	2,584	0,182
$12\frac{1}{2}$	0,811	$64\frac{1}{4}$	0,6051	2,731	0,329
15	0,772	$66\frac{1}{2}$	0,5846	2,926	0,524
$17\frac{1}{2}$	0,732	$68\frac{3}{4}$	0,5655	3,127	0,725
20	0,692	71	0,5476	3,335	0,933
$22\frac{1}{2}$	0,652	74	0,5254	3,623	1,221
25	0,613	$78\frac{1}{2}$	0,4953	4,077	1,675
$27\frac{1}{2}$	0,573	84	0,4628	4,668	2,266
30	0,535	90	0,4320	5,359	2.957
$32\frac{1}{2}$	0,496	98	0,3967	6,354	3,952
35	0,458	$106\frac{1}{2}$	0,3650	7,504	5,102
$37\frac{1}{2}$	0,421	117	0,3323	9,057	6,655
40	0,385	$130\frac{1}{2}$	0,2979	11,267	8,865
$42\frac{1}{2}$	0,349	147	0,2645	14,297	11,895
45	0,315	165	0,2356	18,012	15,610
$47\frac{1}{2}$	0,282	186	0,2090	22,889	20,487
50	0,250	209	0,1860	28,900	26,498
$52\frac{1}{2}$	0,220	238	0,1634	37,476	35,074
55	0,190	275	0,1414	50,034	47,632
$57\frac{1}{2}$	0,163	316	0,1230	66,064	63,662
60	0,137	374	0,1040	92,543	90,141
$62\frac{1}{2}$	0,113	455	0,0855	136,97	134,57
65	0,091	$574\frac{1}{2}$ *)	0,0677	218,36	215,96
$67\frac{1}{2}$	0,071	730	0,0533	252,57	250,17
70	0,052	982 **)	0,0396	638,00	635,60

*) Der Ausfluss war anfänglich noch voll, doch erfolgte er sehr stossweise; später zog sich der ausgefüllte Querschnitt im Rohr immer weiter und weiter zurück, und es mochte gegen Ende des Versuches ein voller Ausfluss wohl nicht mehr statt finden.

**) Das ausfliessende Wasser bedeckte nur den untern Theil der Röhrenwand, floss also nicht voll aus.

Im Ganzen stimmen die hier gewonnenen Resultate mit denen in Tab. XV. aufgeführten gut überein. Bei $\varphi = 15°$ wurde hier $\zeta = 0{,}524$, dort $= 0{,}554$, bei $\varphi = 20°$ hier $= 0{,}933$, dort $\zeta = 0{,}989$, bei $\varphi = 30°$ hier $\zeta = 2{,}957$, dort $= 2{,}944$ u. s. w. gefunden. Wenn sich beim Ausfluss durch die lange Röhre ein kleinerer Widerstand herausstellt als beim Ausfluss durch die kurze Hahnbohrung, so hat dies sicherlich in dem regelmässigeren Ausfluss durch die lange Röhre seinen Grund.

γ) Ausfluss durch eine, an den Hahn gesteckte Eisenröhre und unter Wasser.

Die Versuche mit einem vorgesetzten Wasserkasten wurden nur mit der kleinen Ausflusswassermenge angestellt; sie konnten erst bei einer Hahnstellung von 35 Grad ihren Anfang nehmen, weil bei mehr geöffnetem Hahn das Wasser in diesem Kasten nicht ruhig genug blieb. Da der Querschnitt der Ausmündung der vorige ist, so bleibt

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}44.$$

Dagegen war der anfängliche Vertikalabstand beider Wasserspiegel von einander, d. i.

$h_1 = 0{,}6235$ Meter, und dieser Abstand am Ende der Ausflusszeit

$h_2 = 0{,}6235 - 0{,}1451 = 0{,}4784$ Meter, folglich der mittlere Niveauabstand

$$h = \left(\frac{0{,}78962 + 0{,}69166}{2}\right)^2 = 0{,}549 \text{ Meter.}$$

Der Ausdruck für den Ausflusscoefficienten ist hiernach

$$\mu = \frac{154{,}44\ (0{,}78962 - 0{,}69166)}{\tau}$$

$$= \frac{15{,}128}{\tau}.$$

Bei 35° Hahnstellung war die Ausflusszeit $\tau = 43\frac{1}{2}$ Secunden, folglich

$$\mu = \frac{15{,}128}{43{,}5} = 0{,}3478 \text{ und}$$

$$\zeta = 8{,}268.$$

Nimmt man für den geöffneten Hahn den Widerstandscoefficienten $= 2{,}402$ an, so erhält man den Widerstandscoefficienten für diese Hahnstellung:

$= 8{,}268 - 2{,}402 = 5{,}866$, wozu man auch eigentlich noch den Krümmungswiderstand $= 0{,}334$ rechnen sollte, weshalb also für den vollständigen Widerstand der Coefficient

$5{,}866 + 0{,}334 = 6{,}200$

sich ergibt.

Wenn die vorigen Tabellen für 35° Hahnstellung die kleineren Widerstandscoefficienten

$5{,}445 + 0{,}410 = 5{,}845$ und

$5{,}102 + 0{,}334 = 5{,}436$ geben, so möchte die Abweichung hauptsächlich darin zu suchen sein, dass das Wasser im vorgesetzten Kasten noch nicht ruhig genug war. Bei höheren Hahnstellungen, wo das Unterwasser ruhiger bleibt, möchte deshalb eine grössere Übereinstimmung zu erwarten sein. In folgender Tabelle sind die gewonnenen Resultate dieser Versuche zusammengestellt.

Tabelle XVII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch krumm gebohrte Hähne beim Ausfluss durch eine lange Ansatzröhre unter Wasser.

Stellwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
35	0,458	$43\frac{1}{2}$ *)	0,3478	8,268	5,866
$37\frac{1}{2}$	0,421	$47\frac{1}{2}$ *)	0,3185	9,858	7,456
40	0,385	52 *)	0,2909	11,814	9,412
$42\frac{1}{2}$	0,349	$58\frac{1}{2}$	0,2586	14,953	12,551
45	0,315	$65\frac{1}{2}$	0,2310	18,745	16,343
$47\frac{1}{2}$	0,282	$74\frac{1}{2}$	0,2031	24,250	21,848
50	0,250	83	0,1823	30,100	27,698
$52\frac{1}{2}$	0,220	94	0,1609	38,607	36,205
55	0,190	109	0,1388	51,911	49,509
$57\frac{1}{2}$	0,163	$128\frac{1}{2}$	0,1177	72,146	69,744
60	0,137	$153\frac{1}{2}$	0,0986	102,95	100,55
$62\frac{1}{2}$	0,113	184	0,0822	147,93	145,53
65	0,091	234	0,0647	239,24	236,84
$67\frac{1}{2}$	0,071	299	0,0506	390,61	388,21
70	0,052	406	0,0323	720,21	717,81
$72\frac{1}{2}$	0,036	$582\frac{1}{2}$	0,0260	1482,5	1480,1
75	0,023	957	0,0158	4001,6	3999,2

*) Das Unterwasser war noch in wallender Bewegung.

δ) Ausfluss durch die blosse, vertikal abwärts gerichtete Hahnbohrung.

Bei einer anderen Versuchsreihe über den Ausfluss durch den krumm gebohrten Hahn wurde dessen Bohrung in der Axenrichtung vertikal abwärts gestellt, und eben dadurch die Druckhöhe um die untere Hälfte (0,1275 Meter) der Hahnlänge vergrössert. Übrigens führte man diese Versuche genau so wie die vorigen durch. Bei 40° Hahnstellung und darüber floss das Wasser wieder schneller aus als bei den nächst tieferen Hahnstellungen, weshalb hier der volle Ausfluss durch die Hahnmündung aufgehört haben musste. Für die Versuche bei 40° Hahnstellung u. s. w. durfte deshalb die untere Hälfte der Hahnbohrung nicht mit zur Druckhöhe gerechnet werden. Dies sieht man auch vollkommen überzeugend aus dem stetigen Steigen der gewonnenen Coefficienten, welches aber aufhört, wenn man immer eine und dieselbe Druckhöhe annimmt. Übrigens deutet die Übereinstimmung der erhaltenen Widerstandscoefficienten mit den in Tab. XV. aufgeführten darauf hin, dass der Ausfluss durch den Hahnkopf selbst bei allen diesen Versuchen noch ein voller ist, und dass sich das Wasser erst beim Herabfallen durch den vertikal gestellten Theil der Hahnbohrung von der Wandfläche desselben abgezogen hat. Bei den mit * bezeichneten Coefficienten ist die vollständige Druckhöhe zum Grunde gelegt worden, um die daraus resultirenden Abweichungen vor Augen zu führen.

Es ist hier, wie bei früheren Versuchen

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}59.$$

Für Stellwinkel von 0 bis $37\frac{1}{2}^{\circ}$ war

$h_1 = 0{,}8025 + 0{,}1275 = 0{,}9300$ Meter und

$h_2 = 0{,}9300 - 0{,}3820 = 5480$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}96436 + 0{,}74027}{2}\right)^2 = 0{,}726 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{154{,}59.\ 0{,}22409}{\tau} = \frac{34{,}643}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne war $\tau = 50$ Secunden, folglich

$\mu_1 = 0{,}6929$ und

$\zeta_1 = 1{,}083.$

Für Stellwinkel von 40° und mehr war

$h_1 = 0{,}8025 - 0{,}0202 = 0{,}7823$ Meter,

$h_2 = 0{,}7823 - 0{,}3820 = 0{,}4003$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}88448 + 0{,}63269}{2}\right)^2 = 0{,}575 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{38{,}925}{\tau}.$$

Bei 40° Hahnstellung war $\tau = 134$ Secunden, folglich

$$\mu_1 = \frac{38{,}925}{134} = 0{,}2905 \text{ und}$$

$\frac{1}{\mu_1^2} = 11{,}85$, endlich hiervon den früher gefundenen Coefficienten $\zeta = 2{,}10$ für den geöffneten Hahn abgezogen, folgt der entsprechende Widerstandscoefficient $\zeta_1 = 9{,}75$.

Tabelle XVIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch krumm gebohrte Hähne beim Ausfluss durch das vertikal abwärts gestellte Ende der Hahnbohrung.

Stellwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	50	0,6929 = μ	2,083 2,105 **)	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	$50\frac{1}{8}$	0,6911	2,093	0,010
5	0,926	$50\frac{1}{2}$	0,6860	2,125	0,042
$7\frac{1}{2}$	0,888	51	0,6793	2,167	0,084
10	0,850	$52\frac{1}{2}$	0,6599	2,297	0,214
$12\frac{1}{2}$	0,811	$54\frac{1}{2}$	0,6357	2,475	0,392
15	0,772	$56\frac{1}{2}$	0,6132	2,660	0,577
$17\frac{1}{2}$	0,732	$58\frac{1}{2}$	0,5922	2,852	0,769
20	0,692	$60\frac{3}{4}$	0,5703	3,075	0,992
$22\frac{1}{2}$	0,652	$63\frac{1}{2}$	0,5456	3,360	1,217
25	0,613	67	0,5171	3,741	1,658
$27\frac{1}{2}$	0,573	71	0,4879	4,200	2,117
30	0,535	$77\frac{1}{2}$	0,4470	5,005	2,922
$32\frac{1}{2}$	0,496	85	0,4076	6,020	3,937
35	0,458	94	0,3686	7,362	5,279
$37\frac{1}{2}$	0,421	$106\frac{1}{2}$	0,3253	9,451	7,368
40	0,385	134	0,2905 0,2585 *)	11,85 14,96 *)	9,75 12,88 *)
$42\frac{1}{2}$	0,349	$154\frac{1}{2}$	0,2520 0,2242 *)	15,74	13,64
45	0,315	$172\frac{3}{4}$	0,2254 0,2005 *)	19,68	17,58
$47\frac{1}{2}$	0,282	$193\frac{1}{2}$	0,2012 0,1790 *)	24,69	22,59
50	0,250	220	0,1770	31,92	29,82
$52\frac{1}{2}$	0,220	253	0,1539	42,21	40,11
55	0,190	$288\frac{1}{2}$	0,1350	54,89	52,79
$57\frac{1}{2}$	0,163	330	0,1180	71,82	69,72
60	0,137	395	0,0986	102,90	100,80
$62\frac{1}{2}$	0,113	470	0,0828	145,68	143,58
65	0,091	581	0,0670	222,61	220,51

*) Hier ist die vollständige Druckhöhe vorausgesetzt worden.
**) Bezieht sich auf die kleinere Druckhöhe (s. Tab. XV.)

Die Übereinstimmung der in der letzten Tabelle aufgeführten Widerstandscoefficienten mit denen in Tab. XV. lässt wenig zu wünschen übrig.

ε) Ausfluss durch das an das Hahnende angeschobene und vertikal abwärts gestellte Eisenrohr.

Bei diesen Versuchen war, wie früher

$$\frac{2A}{a_1\sqrt{2g}} = 154{,}44.$$

Bei Hahnstellungen unter 40° fand voller Ausfluss statt, weshalb bei diesen Versuchen die Länge der Ansteckröhre der Druckhöhe einzurechnen ist. Aus diesem Grunde hat man

$$h_1 = 0{,}8025 + 0{,}7075 = 1{,}5100 \text{ Meter},$$

$$h_2 = 1{,}5100 - 0{,}3817 = 1{,}1283 \text{ Meter, demnach}$$

$$h = \left(\frac{1{,}22882 + 1{,}06221}{2}\right)^2 = \left(\frac{2{,}29103}{2}\right)^2 = 1{,}312 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{154{,}44.\ 0{,}16661}{\tau} = \frac{25{,}730}{\tau}.$$

Bei geöffnetem Hahne war $\tau = 40\frac{1}{2}$ Secunden, daher

$$\mu = \frac{25{,}730}{40{,}5} = 0{,}6353 \text{ und}$$

$$\zeta = 1{,}477.$$

Bei Stellung des Hahnes auf 40° trat Folgendes ein. Bei einem Versuche hörte der volle Ausfluss nach 48 Secunden auf, welches dadurch zu erkennen war, dass der vorher conisch divergente Wasserstrahl Fig. 10 Taf. II. plötzlich cylindrisch wurde wie Fig. 11. Bei einem zweiten Versuche blieb der volle Ausfluss, und es dauerte die Ausflusszeit nur 92 Secunden, während sie beim vorigen Versuche 105 Secunden war. Bei stärkerer Drehung des Hahnes wurde der Wasserstrahl conisch convergent und erhielt eine Spalte, wie Fig. 12 bei 45°. Bei 50° war der Strahl deutlich hohl und gedreht, wie Fig. 13.

Für die Versuche bei $42\frac{1}{2}$° Hahndrehung und mehr muss die Druckhöhe unberücksichtigt bleiben, weshalb für dieselben ist

$$h_1 = 0{,}8005 - 0{,}0202 = 0{,}7803 \text{ Meter},$$

$$h_2 = 0{,}7803 - 0{,}3825 = 0{,}3978 \text{ Meter, daher}$$

$$h = \left(\frac{0{,}88334 + 0{,}63071}{2}\right)^2 = 0{,}573 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{154{,}59.\ 0{,}25263}{\tau} = \frac{39{,}055}{\tau}.$$

Für $42\frac{1}{2}$° Hahnstellung wurde $\tau = 157$ Secunden beobachtet, weshalb hierzu

$$\mu = \frac{39{,}055}{\tau} = 0{,}2488 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 16{,}160, \text{ so wie}$$

$$\zeta = 16{,}160 - 2{,}105 = 14{,}055$$

gefunden wird.

Folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der übrigen Versuche.

Tabelle XIX.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch krumm gebohrte Hähne beim Ausfluss durch eine lange, vertikal abwärts gestellte Röhre in die freie Luft.

Drehwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
0	1,000	$40\frac{1}{2}$	0,6353 $= \mu$	2,477 2,105*)	0,000
$2\frac{1}{2}$	0,964	$40\frac{5}{8}$	0,6334	2,493	0,016
5	0,926	41	0,6276	2,539	0,062
$7\frac{1}{2}$	0,888	$41\frac{3}{4}$	0,6163	2,633	0,156
10	0,850	$42\frac{1}{2}$	0,6054	2,728	0,251
$12\frac{1}{2}$	0,811	$43\frac{1}{2}$	0,5915	2,858	0,381
15	0,772	$44\frac{3}{4}$	0,5750	3,025	0,548
$17\frac{1}{2}$	0,732	46	0,5594	3,196	0,719
20	0,692	48	0,5361	3,480	1,003
$22\frac{1}{2}$	0,652	$50\frac{1}{2}$	0,5095	3,852	1,375
25	0,613	53	0,4855	4,243	1,766
$27\frac{1}{2}$	0,573	$56\frac{1}{2}$	0,4554	4,822	2,345
30	0,535	61	0,4218	5,620	3,143
$32\frac{1}{2}$	0,496	$65\frac{1}{2}$	0,3928	6,480	4,003
35	0,458	$71\frac{1}{2}$	0,3599	7,722	5,245
$37\frac{1}{2}$	0,421	$80\frac{1}{2}$	0,3196	9,788	7,311
40	0,385	92	0,2797	12,78	10,30
$42\frac{1}{2}$	0,349	157	0,2488	16,16	14,06
45	0,315	$173\frac{1}{2}$	0,2251	19,74	17,64
$47\frac{1}{2}$	0,282	$197\frac{1}{2}$	0,1977	25,57	23,47
50	0,250	222	0,1759	32,32	30,22
$52\frac{1}{2}$	0,220	253	0,1544	41,97	39,87
55	0,190	$294\frac{1}{2}$	0,1326	56,86	54,76

*) Bezieht sich auf die kleinere Druckhöhe für die Stellwinkel von $42\frac{1}{2}$ Grad und grösser.

C. Versuche über den Ausfluss durch Drehklappen (Drosselventile).

1) Ausfluss durch die rectanguläre Drehklappe im parallelepipedischen Rohre.

Die Einrichtung eines solchen Drehklappenapparates führt Fig. 14 Taf. II. vor Augen. *AB* ist die 32 Centimeter lange, im Lichten 5 Centimeter weite und $2\frac{1}{2}$ Centimeter hohe Röhre; *C* die Axe, *DE* die geöffnete Drehklappe und *H* der Kopf, worauf der eingetheilte Kreis geschraubt wird. Das Einstellen erfolgte durch einen Schlüssel, welcher in eine Spur im Halse *F* der Spindel eingriff, und das Feststellen wurde durch die Pressschraube *G* bewirkt. Die Drehklappe selbst war

4 Millimeter dick, der Durchmesser ihrer Spindel mass aber 6 Millimeter und der Durchmesser ihrer Fassung 11 Millimeter. Die Ausflusszeit τ ohne Klappe war 50,4 Secunden, bei eingesetzter und völlig geöffneter Klappe betrug dieselbe 54 Secunden. Bei einem anderen Versuche mit einer circa nur halb so dicken Spindel war die Ausflusszeit nur 53 Secunden; diese Spindel zeigte sich aber zu schwach und gab wegen ihrer Torsion nicht ganz sichere und übereinstimmende Resultate; doch wichen im Mittel dieselben von den unten stehenden nur wenig ab.

Bei der Berechnung der Querschnittsverhältnisse ist auf die Dicke der Klappe nicht Rücksicht genommen, es ist dieselbe vielmehr als ein dünnes Blech angesehen worden. Aus diesem Grunde hat man dieses Verhältniss

$\frac{a_1}{a} = 1 - \sin\varphi$, wo φ den Stellwinkel bezeichnet, setzen können. Einen zusammengesetzteren Ausdruck würde man bei Berücksichtigung der Dicke erhalten, da aber diese Versuche auch aus andern Gründen nicht so allgemein anwendbar und nicht so genau sein können als die mit Schiebern und Hähnen, so konnte man sich von dieser schärferen Rechnung dispensiren.

a) Ausfluss durch das einfache Klappenrohr.

Bei diesen Versuchen war der Inhalt der Ausmündung

$a = 12{,}435$ Quadratcentimeter, folglich

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{12{,}435} = 159{,}36 \text{ und } \mathrm{Log}\left(\frac{2A}{a\sqrt{2g}}\right) = 2{,}2023972.$$

Ferner wurde gefunden

$h_1 = 0{,}7949 - 0{,}0124 = 0{,}7825$ Meter,

$h_2 = 0{,}7825 - 0{,}3820 = 0{,}4005$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}88459 + 0{,}63285}{2}\right)^2 = 0{,}576 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{159{,}36 . 0{,}25174}{\tau} = \frac{40{,}119}{\tau}.$$

Bei völlig geöffneter Klappe war $\tau = 54$ Secunden, folglich ist für diesen Fall

$$\mu = \frac{40{,}119}{54} = 0{,}7429 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 1{,}812.$$

Ohne Klappe, also das blosse Rohr, bei verschlossenen Axenlöchern, war $\tau = 50{,}4$ Secunden, folglich

$$\mu = \frac{40{,}119}{50{,}4} = 0{,}7960 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 1{,}578.$$

Es ist sonach der Widerstandscoefficient für die blosse, übrigens völlig geöffnete Klappe:

$\zeta = 1{,}812 - 1{,}578 = 0{,}234.$

Folgendes ist durch die ganze Versuchsreihe gefunden worden.

Tabelle XX.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch rectanguläre Drehklappen im parallelepipedischen Rohre.

Drehwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt der Verengung $\frac{a_1}{a} = 1 - \sin\varphi$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	1	50,4	0,7960 = μ	1,578	0,000
0	1	54	0,7429	1,812	0,234
$2\frac{1}{2}$	0,956	54,3	0,7388	1,832	0,254
5	0,913	54,9	0,7308	1,873	0,295
$7\frac{1}{2}$	0,869	$55\frac{1}{2}$	0,7229	1,914	0,336
10	0,826	$56\frac{3}{4}$	0,7069	2,001	0,423
$12\frac{1}{2}$	0,784	$59\frac{1}{4}$	0,6771	2,181	0,603
15	0,741	$61\frac{3}{4}$	0,6497	2,369	0,791
$17\frac{1}{2}$	0,699	$64\frac{1}{2}$	0,6220	2,585	1,007
20	0,658	$68\frac{1}{2}$	0,5857	2,915	1,337
$22\frac{1}{2}$	0,617	$73\frac{1}{4}$	0,5477	3,334	1,756
25	0,577	$78\frac{1}{4}$	0,5127	3,804	2,226
$27\frac{1}{2}$	0,538	84	0,4776	4,384	2,806
30	0,500	91	0,4409	5,145	3,567
$32\frac{1}{2}$	0,463	$99\frac{1}{2}$	0,4032	6,151	4,573
35	0,426	$109\frac{1}{2}$	0,3664	7,449	5,871
$37\frac{1}{2}$	0,391	121	0,3316	9,096	7,518
40	0,357	$133\frac{1}{2}$	0,3005	11,073	9,495
$42\frac{1}{2}$	0,324	151 *)	0,2657	14,166	12,588
		$159\frac{1}{2}$ **)	0,2515	15,806	14,228
		163 ***)	0,2461	16,507	14,929

*) Der volle Ausfluss hörte nach 125 Secunden auf,
**) desgl. nach 84 Secunden,
***) desgl. nach 50 Secunden.

Bei $41\frac{1}{4}$ Grad Stellung, wo $\frac{a_1}{a} = 0{,}341$, war ebenfalls der Ausfluss noch voll; es war $\tau = 141\frac{1}{2}$ Secunden, daher

$$\mu_1 = 0{,}2835, \quad \frac{1}{\mu_1^2} = 12{,}440 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 10{,}862.$$

Der Ausfluss bei ungefülltem Querschnitt des Rohres wurde mit der kleineren Ausflussmenge angestellt.

Hier war wieder

$h_1 = 0{,}7825$ Meter, dagegen

$h_2 = 0{,}7825 - 0{,}1452 = 0{,}6373$ Meter, folglich

$$h = \left(\frac{0{,}88459 - 0{,}79831}{2}\right)^2 = 0{,}708 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{159{,}36 \,.\, 0{,}08628}{\tau} = \frac{13{,}750}{\tau}$$

Für $\varphi = 40$ Grad war $\tau = 46$ Secunden, daher

$$\mu = \frac{13{,}750}{46} = 0{,}2989 \text{ und}$$

$\frac{1}{\mu^2} = 11{,}192$, weshalb

$\zeta = 11{,}192 - 1{,}578 = 9{,}614$ folgt, während nach obiger Tabelle $\zeta = 9{,}495$ ist.

Folgendes ist durch die Beobachtungen bei höheren Hahnstellungen gewonnen worden.

Fortsetzung von Tab. XX.

φ	$\frac{a_1}{a}$	τ	μ_1	$\frac{1}{\mu_1^2}$	$\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
40	0,357	46	0,2989	11,192	9,614
$42\frac{1}{2}$	0,325	50 *)	0,2750	13,223	11,645
		54 **)	0,2546	15,423	13,845
		$57\frac{1}{2}$ ***)	0,2391	17,487	15,909

		μ_1	α_1
45	0,293	0,2115	0,722
$47\frac{1}{2}$	0,263	0,1937	0,737
50	0,234	$79\frac{1}{2}$	0,1730	0,739
$52\frac{1}{2}$	0,207	89	0,1545	0,748
55	0,181	$100\frac{1}{2}$	0,1368	0,757
$57\frac{1}{2}$	0,157	115	0,1196	0,763
60	0,134	131	0,1050	0,783
$62\frac{1}{2}$	0,113	$151\frac{1}{2}$	0,0908	0,803
65	0,094	180	0,0764	0,815
$67\frac{1}{2}$	0,076	$221\frac{1}{2}$	0,0621	0,817
70	0,060	267	0,0515	0,854
$72\frac{1}{2}$	0,046	363	0,0379	0,818
75	0,034	$488\frac{1}{2}$	0,0282	0,827

*) Voller Ausfluss,

**) nach 34 Secunden hörte der volle Ausfluss auf,

***) nach 10 Secunden desgl.

Fig. 15 Tab. II. zeigt in *a* den Querschnitt des ausfliessenden Strahles bei 50 Grad und in *b* denselben bei 70 Grad Klappenstellung.

Die in der letzten Columne aufgeführten Ausflusscoefficienten beziehen sich auf den Querschnitt a_1 der beiden Klappendurchgänge zusammen.

b) Ausfluss durch die lange eiserne Ansatzröhre.

Um auch bei höheren Stellungen der Drehklappe, also bei bedeutenden Verengungen einen vollen Ausfluss des Wassers zu erzwingen, wurde die eiserne Röhre an das messingene Rohr, worin die Klappe befindlich ist, angesteckt. Die dabei erhaltenen Beobachtungsresultate waren folgende.

Es blieb, wie früher, $a = 12{,}49$ Quadratcentimeter, und

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 158{,}66.$$

Auch war $h_1 = 0{,}7825$ und

$h_2 = 0{,}4005$, folglich

$h = 0{,}576$ Meter und

$$\mu = \frac{39{,}942}{\tau}.$$

Bei geöffneter Klappe wurde $\tau = 60$ Secunden beobachtet, deshalb war für diese Stellung

$$\mu_1 = \frac{39{,}942}{60} = 2{,}257 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^2} = 0{,}6657.$$

Ohne Klappe, bei verschlossenen Axenlöchern, fand man $\tau = 56\frac{1}{2}$ Secunden, weshalb für die blosse Röhre

$$\mu = \frac{39{,}942}{56{,}5} = 0{,}7069 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 2{,}001$$

folgt.

Der geöffneten Klappe allein entspricht also der Widerstandscoefficient

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 2{,}257 - 2{,}001 = 0{,}256.$$

Vorher wurde er $= 0{,}234$ gefunden.

In folgender Tabelle sind die Ergebnisse der ganzen Versuchsreihe zusammengestellt.

Tabelle XXI.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch die rectanguläre Drehklappe im verlängerten parallelepipedischen Rohre.

Stellwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	1,000	$56\frac{1}{2}$	0,7069	2,001	0,000
0	1,000	60	0,6657	2,257	0,256
$2\frac{1}{2}$	0,956	$60\frac{1}{8}$	0,6643	2,266	0,265
5	0,913	$60\frac{3}{8}$	0,6616	2,285	0,284
$7\frac{1}{2}$	0,869	$60\frac{1}{4}$	0,6521	2,352	0,351
10	0,826	$62\frac{1}{2}$	0,6391	2,449	0,448
$12\frac{1}{2}$	0,784	64	0,6241	2,567	0,566
15	0,741	$66\frac{1}{2}$	0,6006	2,772	0,771
$17\frac{1}{2}$	0,699	$69\frac{1}{2}$	0,5747	3,028	1,027
20	0,658	73	0,5472	3,340	1,339
$22\frac{1}{2}$	0,617	77	0,5187	3,716	1,715
25	0,577	$81\frac{1}{2}$	0,4901	4,163	2,162
$27\frac{1}{2}$	0,538	87	0,4591	4,744	2,743
30	0,500	94	0,4249	5,539	3,538
$32\frac{1}{2}$	0,463	102	0,3916	6,521	4,520
35	0,426	111	0,3590	7,723	5,722
$37\frac{1}{2}$	0,391	$121\frac{1}{2}$	0,3287	9,253	7,252
40	0,357	134	0,2981	11,255	9,254
$42\frac{1}{2}$	0,324	$148\frac{1}{2}$	0,2609	13,823	11,822
45	0,293	166	0,2406	17,272	15,271

Der Ausfluss bei stärkerer Drehung der Klappe wurde an der kleinen Ausflussmenge beobachtet.

Es war hier

$h_1 = 0{,}7825$ Meter und

$h_2 = 0{,}6373$ Meter, folglich

$h = 0{,}708$ und

$\mu = \frac{13{,}690}{\tau}$, wie bei einem letzten Versuche.

Für $\varphi = 40°$ wurde $\tau = 46$ Secunden gefunden, weshalb für diese Stellung

$$\mu_1 = \frac{13{,}690}{46} = 0{,}2976,$$

$$\frac{1}{\mu_1^2} = 11{,}291 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 11{,}291 - 2{,}001 = 9{,}290 \text{ folgt, während wir vorhin } \zeta = 9{,}254$$

und früher, bei kurzem Rohre, 9,495 und 9,614 gefunden haben.

Fortsetzung von Tab. XXI.

Drehwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$ der Verengung.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Werthe $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
40°	0,357	46	0,2976	11,29	9,29
42½	0,324	51	0,2684	13,88	11,88
45	0,293	56	0,2444	16,73	14,73
47½	0,263	63	0,2173	21,18	19,18
50	0,234	71	0,1928	26,90	24,90
52½	0,207	80½	0,1701	34,58	32,58
55	0,181	91½	0,1496	44,67	42,67
57½	0,157	104	0,1316	57,71	55,71
60	0,134	122	0,1122	79,42	77,42
62½	0,113	143½	0,0954	109,9	107,9
65	0,094	173½	0,0789	160,6	158,6
67½	0,076	210½	0,0650	236,4	234,4
70	0,060	263½	0,0519	370,5	368,5
72½	0,046	339*)	0,0404	613,2	611,2
75	0,035	436*)	0,0314	1014,4	1012,4

*) nicht voll ausfliessend, sondern nur die untere Fläche der Röhre bedeckend.

c) Ausfluss durch die Mündung in einem an das Ende des Klappenrohres eingesetzten Bleche.

Um für den vollen Ausfluss bei hoher Klappenstellung eine Controlle zu haben, wurde noch das Mundstück in Fig. 22 Taf. I. eingesetzt, dessen Durchgangsöffnung einen Inhalt

$a_2 = 1{,}9715$ Quadratcentimeter

hat.

Es war daher hier

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = \frac{1981{,}7}{1{,}9715} = 1005{,}2.$$

Ferner

$h_1 = 0{,}7825$ Meter,

$h_2 = 0{,}6373$ Meter, folglich

$h = 0{,}708$ und

$$\mu = \frac{1005{,}2.\ 0{,}08628}{\tau} = \frac{86{,}727}{\tau}.$$

Für $\varphi = 0°$ war $\tau = 137$ Secunden, daher

$$\mu = \frac{86{,}727}{137} = 0{,}6330 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 2{,}4953.$$

Für $\varphi = 40°$ war $\tau = 142\frac{1}{2}$, daher

$$\mu_1 = \frac{86{,}727}{142{,}7} = 0{,}6086 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1{}^2} = 2{,}6997.$$

Hiernach bleibt der Widerstandscoefficient für den Durchgang durch die Dreklappe, bei 40° Einstellung:

$$\frac{1}{\mu_1{}^2} - \frac{1}{\mu^2} = 2{,}6997 - 2{,}4953 = 0{,}2044.$$

Ohne das blecherne Mundstück würde dieser sein:

$$\zeta = 0{,}2044 \left(\frac{a}{a_2}\right)^2 = 0{,}2044 \left(\frac{12{,}435}{1{,}9715}\right)^2$$

$$= 0{,}2044.\ 39{,}783 = 8{,}13.$$

Hierüber wurde folgende Versuchsreihe angestellt.

Tabelle XXII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch die rectanguläre Drehklappe beim Ausfluss durch eine rectanguläre Mündung im dünnen Blech.

Drehwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a}{a_1}$.	Ausflusszeit τ.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1{}^2}$.	Differenzen $\frac{1}{\mu_1{}^2} - \frac{1}{\mu^2}$.	Widerstandscoefficient $\left(\frac{a}{a_2}\right)^2 \left(\frac{1}{\mu_1{}^2} - \frac{1}{\mu^2}\right)$.
0	0,000	137	0,6330	2,495	0,000	0,00
40	0,357	$142\frac{1}{2}$	0,6086	2,700	0,204	8,13
$42\frac{1}{2}$	0,324	$144\frac{1}{2}$	0,6002	2,776	0,271	10,77
45	0,293	147	0,5900	2,873	0,378	15,02
$47\frac{1}{2}$	0,263	$149\frac{1}{2}$	0,5801	2,972	0,476	18,94
50	0,234	153	0,5669	3,112	0,617	24,54
$52\frac{1}{2}$	0,207	$156\frac{1}{2}$	0,5542	3,256	0,761	30,27
55	0,181	162	0,5354	3,489	0,994	39,54
$57\frac{1}{2}$	0,157	170	0,5101	3,842	1,347	53,58
60	0,134	181	0,4792	4,356	1,860	74,01
$62\frac{1}{2}$	0,113	199	0,4358	5,265	2,770	110,18
65	0,094	222	0,3907	6,552	4,057	161,40
$67\frac{1}{2}$	0,076	$258\frac{1}{2}$	0,3355	8,884	6,389	254,16
70	0,060	299	0,2901	11,886	9,391	373.58
$72\frac{1}{2}$	0,046	382	0,2270	19,401	16,905	672,55
75	0,035	498	0,1742	32,972	30,477	1212,47

Die in der letzten Columne dieser Tabelle enthaltenen Widerstandscoefficienten sind eigentlich noch um den Widerstandscoefficienten 0,234, welcher der geöffneten Klappe zukommt, zu vergrössern.

Übrigens ist die Übereinstimmung dieser Coefficienten mit den in der vorletzten Tabelle (XXI.) aufgeführten sehr zufriedenstellend und zum Theil überraschend.

2) Ausfluss durch die kreisrunde Drehklappe im cylindrischen Rohre.

Die Einrichtung dieses Ausflussapparates war im Wesentlichen ganz wie die des rectangulären Drehklappenapparates. Nur war die Klappe weniger abgerundet am Umfang und dünner als die rectanguläre; sie war nämlich am Rande 2,3 Millimeter und in der Mitte, wegen der durchgehenden Axe, 5,8 Millimeter dick. Übrigens schloss sie wasserdicht ab, was bei der rectangulären Klappe nicht ganz eintrat. Betrachtet man diese Klappe wie eine dünne Kreisscheibe, so hat man das Querschnittsverhältniss zwischen dem Durchgange und der Röhre wieder

$$\frac{a_1}{a} = 1 - \sin\varphi,$$

denn während der Röhrenquerschnitt den Inhalt $a = \pi r^2$ hat, ist bei φ° Stellung die Projection der Klappe winkelrecht zur Axe des Rohres eine Ellipse vom Inhalte $\pi r^2 \sin\varphi$, also der Inhalt der beiden mondförmigen Durchgänge $a_1 = \pi r^2 - \pi r^2 \sin\varphi = (1 - \sin\varphi)\, a$. Es bleiben also die Querschnittsberechnungen die früheren.

a) Ausfluss durch das einfache Klappenrohr.

Es war der Querschnitt der Ausmündung des Rohres

$a = 12{,}768$ Quadratcentimeter, folglich

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 155{,}21.$$

Ferner ergab sich

$h_1 = 0{,}7975 - 0{,}0202 = 0{,}7773$ Meter,

$h_2 = 0{,}7773 - 0{,}3820 = 0{,}3953$ Meter, demnach

$$h = \left(\frac{0{,}88165 + 0{,}62873}{2}\right)^2 = 0{,}750 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{155{,}21 \,.\, 0{,}25292}{\tau} = \frac{39{,}256}{\tau}.$$

Bei völlig geöffneter Drehklappe war $\tau = 53$ Secunden, folglich

$$\mu_1 = \frac{39{,}256}{53} = 0{,}7407 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^{\,2}} = 1{,}823.$$

Ohne Klappe, bei verschlossenen Axenlöchern, ergab sich

$\tau = 50\frac{1}{4}$ Secunden, folglich

$$\mu = \frac{39{,}256}{50{,}25} = 0{,}7812 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 1{,}639.$$

Es ist demnach der Widerstandscoefficient für die blosse, aber völlig geöffnete Klappe:

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 1{,}823 - 1{,}639 = 0{,}184.$$

Die Resultate der ganzen Versuchsreihe gibt folgende Tabelle.

Tabelle XXIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch die kreisrunde Drehklappe im cylindrischen Rohre und den Ausfluss durch das einfache Rohr.

Drehwinkel φ in Graden.	Relativer Querschnitt $\frac{a_1}{a}$. der Verenguug.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Werthe $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	1,000	$50\frac{1}{4}$	0,7812 = μ	1,639	0,000
0	1,000	53	0,7407	1,823	0,184
$2\frac{1}{2}$	0,956	$53\frac{1}{4}$	0,7372	1,840	0,201
5	0,913	$54\frac{1}{4}$	0,7236	1,910	0,271
$7\frac{1}{2}$	0,869	$55\frac{3}{4}$	0,7041	2,017	0,378
10	0,826	$57\frac{1}{2}$	0,6827	2,145	0,506
$12\frac{1}{2}$	0,784	60	0,6543	2,336	0,697
15	0,741	$62\frac{3}{4}$	0,6256	2,555	0,916
$17\frac{1}{2}$	0,699	$65\frac{3}{4}$	0,5970	2,805	1,166
20	0,658	$69\frac{1}{2}$	0,5648	3,135	1,496
$22\frac{1}{2}$	0,617	74	0,5305	3,554	1,915
25	0,577	$79\frac{1}{2}$	0,4938	4,101	2,462
$27\frac{1}{2}$	0,538	86	0,4565	4,799	3,160
30	0,500	$93\frac{3}{4}$	0,4187	5,703	4,064
$32\frac{1}{2}$	0,463	$101\frac{1}{2}$	0,3868	6,685	5,046
35	0,426	$112\frac{1}{4}$	0,3497	8,177	6,538
$37\frac{1}{2}$	0,391	124	0,3166	9,978	8,339
40	0,357	137	0,2865	12,180	10,541
$42\frac{1}{2}$	0,324	$152\frac{1}{2}$	0,2574	15,092	13,453
45	0,293	172	0,2282	19,198	17,559
$47\frac{1}{2}$	0,263	194	0,2023	24,423	22,784
50	0,234	222	0,1768	31,982	30,343
$52\frac{1}{2}$	0,207	255	0,1539	42,196	40,557
55	0,181	298	0,1317	57,627	55,988
$57\frac{1}{2}$	0,157	$348\frac{1}{2}$ *)	0,1126	78,813	77,174
60	0,134	406 **)	0,0967	106,97	105,33
		$409\frac{1}{2}$ ***)	0,0959	108,82	107,18
			μ_1	α_1	
$62\frac{1}{2}$	0,113	$501\frac{1}{2}$ ****)	0,0783	0,693	
65	0,094	$612\frac{1}{2}$	0,0641	0,684	
$67\frac{1}{2}$	0,076	764	0,0514	0,675	
70	0,060	965	0,0407	0,675	
$72\frac{1}{2}$	0,046	1298	0,0302	0,653	

*) scheinbar noch voll ausfliessend;

**) nach 260 Secunden hörte der volle Ausfluss auf;

***) nach 180 Secunden desgleichen, vorher aber absetzend, stossend und schäumend ausfliessend;

****) nach 28 Secunden voll auszufliessen anfangend.

Fig. 16 Taf. II. repräsentirt in a, b, c den Querschnitt des Wasserstrahles bei 60°, 65° und 70° Klappenstellung.

Die zu Ende der Tabelle für den unvollen Ausfluss berechneten Ausflusscoefficienten (α_1) fallen innerhalb 0,65 und 0,69, sind also bedeutend kleiner als bei der rectangulären Drehklappe; was zum Theil seinen Grund darin hat, dass die runde weniger am Umfange abgerundet und dünner war als die rectanguläre Klappe. Übrigens sind auch die Widerstandscoefficienten grösser bei der runden Klappe als bei der rectangulären, wie aus Vergleichung der Tabellen XXI. und XXIII. mit einander zu ersehen ist.

b) Ausfluss durch die angeschobene Eisenröhre.

Hier war wieder $a = 12{,}832$, daher

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 154{,}44.$$

Ferner war, wie vorher

$h_1 = 0{,}7773$ und

$h_2 = 0{,}3953$, also auch

$h = 0{,}570$ Meter, daher

$$\mu = \frac{154{,}44.\ 0{,}25292}{\tau} = \frac{39{,}060}{\tau}.$$

Bei völlig geöffneter Klappe wurde $\tau = 57\frac{1}{2}$ Secunden beobachtet, weshalb

$$\mu_1 = \frac{39{,}060}{57{,}5} = 0{,}6793 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^{\,2}} = 2{,}167$$

folgt.

Ohne Klappe war $\tau = 55\frac{1}{4}$ Secunden, daher

$$\mu = \frac{39{,}060}{55{,}25} = 0{,}7068 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 2{,}002.$$

Hiernach folgt der Widerstandscoefficient für die blosse Klappe, wenn sie völlig geöffnet ist:

$\zeta_1 = \frac{1}{\mu_1^{\,2}} - \frac{1}{\mu^2} = 2{,}167 - 2{,}002 = 0{,}165$, während wir vorher $\zeta = 0{,}184$ gefunden haben.

Die ganze Versuchsreihe gab Folgendes.

Tabelle XXIV.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch kreisförmige Drehklappen im verlängerten cylindrischen Rohre in die freie Luft.

Drehwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	1,000	$55\frac{1}{4}$	0,7068 $= \mu$	2,002	0,000
0	1,000	$57\frac{1}{2}$	0,6793	2,167	0,165
$2\frac{1}{2}$	0,956	$57\frac{3}{4}$	0,6763	2,186	0,184
5	0,913	$58\frac{1}{2}$	0,6677	2,243	0,241
$7\frac{1}{2}$	0,869	60	0,6510	2,360	0,358
10	0,826	62	0,6300	2,520	0,518
$12\frac{1}{2}$	0,784	64	0,6103	2,685	0,683
15	0,741	$66\frac{1}{2}$	0,5874	2,899	0,897
$17\frac{1}{2}$	0,699	$69\frac{1}{2}$	0,5620	3,166	1,164
20	0,658	$73\frac{1}{2}$	0,5314	3,541	1,539
$22\frac{1}{2}$	0,617	78	0,5008	3,988	1,986
25	0,577	83	0,4706	4,515	2,513
$27\frac{1}{2}$	0,538	$88\frac{1}{2}$	0,4414	5,134	3,132
30	0,500	95	0,4112	5,915	3,913
$32\frac{1}{2}$	0,463	103	0,3792	6,954	4,952
35	0,426	112	0,3487	8,222	6,220
$37\frac{1}{2}$	0,391	126	0,3100	10,406	8,404
40	0,357	140	0,2790	12,846	10,844
$42\frac{1}{2}$	0,324	156	0,2504	15,951	13,949
45	0,293	176	0,2219	20,30	18,30
$47\frac{1}{2}$	0,263	199	0,1963	25,96	23,96
50	0,234	229	0,1706	34,37	32,37
$52\frac{1}{2}$	0,207	263	0,1485	45,34	43,34
55	0,181	308	0,1268	62,18	60,18
$57\frac{1}{2}$	0,157	358	0,1091	84,00	82,00
60	0,134	424*)	0,0921	117,83	115,83
$62\frac{1}{2}$	0,113	508**)	0,0769	169,15	167,15
65	0,094	640***)	0,0610	268,47	266,47
$67\frac{1}{2}$	0,076	890****)	0,0439	519,18	517,18
70	0,060	1283	0,0304	1078,9	1076,9

*) pfeifend und gegen das Ende der Ausflusszeit gurgelnd ausfliessend;
**) nach 285 Secunden gurgelnd, nach 335 Secunden hörte der volle Ausfluss auf;
***) nach 90 Secunden gurgelnd, nach 130 Secunden unvoller Ausfluss eintretend;
****) ohne Anschluss.

Im Ganzen ist die Übereinstimmung der Widerstandscoefficienten in Tab. XXIII. und Tab. XXIV. sehr zufriedenstellend.

c) Ausfluss durch das einfache Klappenrohr unter Wasser.

Bei diesen Versuchen war wieder

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 155{,}21.$$

Ferner war der anfängliche Niveauabstand zwischen dem Ober- und Unterwasser

$h_1 = 0{,}6590$ Meter, und der am Ende der Zeit

$h_2 = 0{,}5140$, daher die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}81179 + 0{,}71694}{2}\right)^2 = 0{,}583 \text{ Meter, und}$$

der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{155{,}21 \,.\, 0{,}09485}{\tau} = \frac{14{,}722}{\tau}.$$

Bei $\varphi = 45°$ Klappenstellung wurde $\tau = 67$ Secunden beobachtet, deshalb ist hierbei

$$\mu_1 = \frac{14{,}722}{67} = 0{,}2197 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^2} = 20{,}713.$$

Nimmt man nun nach (a) für $\varphi = 0$, $\frac{1}{\mu^2} = 1{,}639$ an, so folgt der Widerstandscoefficient für $\varphi = 45°$:

$\zeta = 20{,}713 - 1{,}639 = 19{,}074$, während wir oben

$\zeta = 17{,}559$ und $18{,}30$ gefunden haben.

Bessere Übereinstimmung gewähren die Resultate bei höheren Stellungen, wie aus folgender Tabelle zu ersehen ist.

Tabelle XXV.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch kreisförmige Drehklappen im cylindrischen Rohre und den Ausfluss unter Wasser.

Drehwinkel φ in Graden.	Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Werthe $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
45	0,293	67	0,2197	20,71	19,07
$47\frac{1}{2}$	0,263	75	0,1963	25,95	24,31
50	0,234	$86\frac{1}{2}$	0,1706	34,52	32,88
$52\frac{1}{2}$	0,207	$99\frac{1}{2}$	0,1480	45,68	44,04
55	0,181	$114\frac{1}{2}$	0,1286	60,49	58,85
$57\frac{1}{2}$	0,157	135	0,1090	84,09	82,45
60	0,134	161	0,0914	119,60	117,96
$62\frac{1}{2}$	0,113	$191\frac{1}{2}$	0,0769	169,21	167,57
65	0,094	$236\frac{1}{2}$	0,0623	258,07	256,43
$67\frac{1}{2}$	0,076	305	0,0483	429,22	427,58
70	0,060	404	0,0364	753,09	751,45
$72\frac{1}{2}$	0,046	$547\frac{1}{2}$	0,0269	1383,1	1381,5
75	0,035	779	0,0189	2800,0	2798,4

D. Versuche über den Ausfluss durch Ventile.

1) Ausfluss durch ein Kegelventil.

Die Vorrichtung zu den Versuchen über den Ausfluss durch Kegelventile ist durch Fig. 17 Taf. II. in einem Längen- und einem Querdurchschnitte abgebildet. Das Messingrohr *AB*, worin das Ventil befindlich, war $27\frac{1}{2}$ Centimeter lang und 4 Centimeter weit; der darin festgeschraubte Ventilring bildete eine Apertur von 2,386 Durchmesser, also von $\pi\,(1{,}193)^2 = 4{,}471$ Quadratcentimeter Inhalt. Der Hals dieses Ventiles wurde durch zwei Kegel- und durch eine schmale Cylinderfläche gebildet. Die nach dem Einfluss zugerichtete Kegelfläche hatte einen Convergenzwinkel von 65 Grad, die nach dem Ausfluss gehende aber einen solchen von 90 Grad. Das ebenfalls mit $2.\,45 = 90^\circ$ Convergenz abgedrehte Ventil war 0,9 Centimeter dick und hatte einen äussern Durchmesser von 3,084 Centimeter, weshalb ihm ein Querschnitt von $\pi\,(1{,}542)^2 = 7{,}470$ Quadratcentimeter entspricht. Da nun in der Nähe des Ventiles der Durchmesser des Rohres genau 4 Centimeter, also der Querschnitt desselben $= 4\pi = 12{,}566$ Quadratcentimeter Inhalt hatte, so blieb der ringförmige Raum zwischen dem Rohre und dem geöffneten Ventile

$$= 12{,}566 - 7{,}470 = 5{,}096 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Hiernach war also der relative Querschnitt der Apertur im Ventilringe

$$\frac{a_1}{a} = \frac{4{,}471}{12{,}566} = 0{,}356,$$

und der relative Querschnitt der Apertur um das geöffnete Ventil herum

$$\frac{a_1}{a} = \frac{5{,}096}{12{,}566} = 0{,}406,$$

also etwas grösser als jener. Der mittlere relative Inhalt beider Aperturen ist daher

$$\frac{a_1}{a} = 0{,}381.$$

Die 18,5 Centimeter lange und 0,38 Centimeter dicke Ventilstange *EF* ruhte in den galgenförmigen Gestellen *G* und *H* aus 0,33 Centimeter dickem Messingdraht so, dass nur eine Verschiebung in der Axenrichtung möglich war. Dieser lange Ventilstab war nothwendig, um das Ventil von aussen in beliebigen Entfernungen einstellen zu können. Nach jedesmaligem Einstellen wurde eine 0,2 Centimeter dicke Pressschraube *H*, welche seitwärts von aussen nach der einen Gestellaxe hineinging, angezogen, wodurch man die armirte Ventilstange so fest klemmte, dass sie von dem nachher durchfliessenden Wasser nicht aus der einmal gegebenen Stellung fortgeschoben werden konnte.

a) Kegelventil in der Mitte des Rohres.

Bei diesen Versuchen war der Querschnitt der Ausmündung 12,768 Quadratcentimeter, folglich

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 155{,}21.$$

Ferner war die anfängliche Druckhöhe

$h_1 = 0{,}7758$ Meter, die Druckhöhe am Ende der Beobachtung

$h_2 = 0{,}3938$ Meter, daher die mittlere Druckhöhe

$h = 0{,}569$ Meter und der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{39{,}307}{\tau}.$$

Der Ausfluss durch das einfache Rohr gab $\tau = 50\frac{1}{4}$ Secunden, folglich

$$\mu = \frac{39{,}307}{50{,}25} = 0{,}7822 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu^2} = 1{,}634.$$

Dem einfachen Ventilring ohne Gestelle entsprach $\tau = 109{,}5$ Secunden, folglich ist für diesen

$$\mu_1 = \frac{39{,}307}{109{,}5} = 0{,}3590 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1{}^2} = 7{,}760,$$ weshalb also für den blossen Durchgang durch die Apertur des Ventilringes, also bei $\frac{a_1}{a} = 0{,}356$, der Widerstandscoefficient

$$\zeta = 7{,}760 - 1{,}634 = 6{,}126$$

folgt.

Die Drehklappen gaben für $\frac{a_1}{a} = 0{,}357$, d. i. für $\varphi = 40°$, $\zeta = 9{,}495$; $9{,}254$; $9{,}29$; $8{,}13$; $10{,}541$; $10{,}844$; und wenig davon abweichende Coefficienten gaben auch die Schieber. Mit dem Gestelle gab der Ventilring $\tau = 110$ Secunden, weshalb zu schliessen ist, dass das schwache und überall gut abgerundete Ventilgestelle den Widerstand unbedeutend vermehrt.

Das vollständig armirte Ventil, in 2,53 Centimeter Abstand vom Ventilring, gab die Ausflusszeit $\tau = 137\frac{1}{2}$ Secunden, weshalb dieser Stellung der Ausflusscoefficient

$$\mu_1 = \frac{39{,}307}{137{,}5} = 0{,}2859, \text{ ferner}$$

$$\frac{1}{\mu_1{}^2} = 12{,}237$$

und der Widerstandscoefficient

$$\frac{1}{\mu_1{}^2} - \frac{1}{\mu^2} = 12{,}237 - 1{,}634 = 10{,}603$$

zukommt.

Bei dieser Stellung war das Ventil reichlich um den Durchmesser der Apertur im Ventilringe aus diesem zurückgezogen. Es wurde nun das Ventil diesem immer näher und näher gerückt und die entsprechende Ausflusszeit beobachtet. Die Ergebnisse dieser Beobachtungen enthält folgende Tabelle (XXVI). Man ersieht aus ihr, dass man das Ventil noch recht gut 0,3 des ersten Abstandes dem Ringe näher rücken, also in den Abstand 1,77 Centimeter $= \frac{3}{4}$ des Durchmessers der Apertur bringen kann, ohne eine bedeutende Vergrösserung des Widerstandes befürchten zu müssen.

Tabelle XXVI.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch Kegelventile in der Mitte einer cylindrischen Röhre.

Abstand des Ventiles vom Ventilring (Ventilschub.)		Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Absolut, in Centimetern.	Relativ.				
2,53	1,0	$137\frac{1}{2}$	0,2859	12,24	10,61
2,28	0,9	$137\frac{1}{2}$	0,2859	12,24	10,61
2,02	0,8	138	0,2848	12,34	10,71
1,77	0,7	$138\frac{1}{2}$	0,2838	12,42	10,79
1,52	0,6	140	0,2808	12,69	11,06
1,26	0,5	142	0,2768	13,05	11,42
1,01	0,4	147	0,2674	13,99	12,36
0,76	0,3	150	0,2620	14,56	12,93
0,63	0,25	175	0,2246	19,82	18,19
0,51	0,20	212	0,1854	29,09	27,46
0,38	0,15	296	0,1328	56,71	55,08
0,25	0,10	$485\frac{1}{2}$ *)	0,0810	152,56	150,93

*) Der Strahl war hohl und geformt wie Fig. 18 Taf. II.

Vorstehende Resultate zeigen, dass man, so lange der Ventilschub nicht kleiner als der Halbmesser der Apertur ist, die Widerstandshöhe für den Durchgang des Wassers durch ein Kegelventil, dessen Apertur 0,356 von dem Querschnitte der Röhre ist, der eilffachen Geschwindigkeitshöhe gleichsetzen könne. Auch weisen dieselben nach, dass der Widerstand bedeutend wächst, wenn man das Ventil weniger als um den Halbmesser der Apertur ausschieben lässt.

b) Kegelventil am Anfang des Rohres.

In der Praxis kommen noch Fälle vor, wo das Ventil an der Übergangsstelle aus einem weiten Gefässe in eine engere Röhre, oder aus dieser in ein weiteres Gefäss sich befindet. Deshalb wurde auch das Ventil noch ein Mal am Anfang, beim Eintritt aus dem Ausflussreservoir, und ein anderes Mal an das Ende des Rohres geschoben und in beiden Fällen die vorige Versuchsreihe wiederholt. In dem ersten Falle wurde der Ventilring so eingesetzt, dass die vordere Stirnfläche desselben in die Ebene der Gefässwand zu liegen kam. Die Ergebnisse der Beobachtung waren nur wenig abweichend von den vorigen.

Bei möglichst aufgezogenem Ventile (2,53 Centimeter Schubweite) war $\tau =$ der $135\frac{1}{5}$ Secunden, folglich war hier

$$\mu_1 = \frac{39{,}307}{135{,}2} = 0{,}2907 \text{ und}$$

$$\frac{1}{\mu_1^2} = 11{,}83,$$

weshalb sich der Widerstandscoefficient

$$\zeta = 11{,}83 - 1{,}63 = 10{,}20$$

setzen lässt.

Folgendes wurde durch die Beobachtungen bei verschiedenen Einstellungen des Ventiles gewonnen.

Tabelle XXVII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch Kegelventile am Anfang einer cylindrischen Ausflussröhre.

Ventilschub.		Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
Absoluter, in Centimetern.	Relativer.				
2,53	1,00	135,2	0,2907	11,83	10,20
1,26	0,50	137,4	0,2861	12,22	10,59
0,76	0,30	141,0	0,2788	12,87	11,24
0,63	0,25	168,25	0,2336	18,32	16,69
0,51	0,20	205,5	0,1913	27,33	25,70
0,38	0,15	286	0,1374	52,94	51,31

c) Kegelventil am Ende des Ausflussrohres.

Bei den Versuchen über den Ausfluss des Wassers durch das Kegelventil am Ende des Rohres wurde der Wasserkasten angeschoben, damit der Ausfluss unter Wasser statt finden konnte. Bei diesen Versuchen war

$h_1 = 0{,}5825$ Meter,

$h_2 = 0{,}2021$ Meter, folglich

$h = 0{,}367$ Meter und

$$\mu = \frac{155{,}21 \,.\, 0{,}31489}{\tau} = \frac{48{,}874}{\tau},$$ insofern man nicht die Apertur im Ventilringe, sondern den Röhrenschnitt als Ausflussöffnung ansieht.

Bei völlig aufgezogenem Ventile war $\tau = 170\frac{1}{4}$ Secunden, daher

$$\mu = \frac{48{,}874}{170{,}25} = 0{,}2871,$$ und $\frac{1}{\mu^2} = 12{,}13$, daher der Ausflusscoefficient, bezogen auf den Querschnitt der Apertur im Ventilringe:

$$\alpha = \frac{a}{a_1}\,\mu = \frac{0{,}2871}{0{,}356} = 0{,}806.$$

Für die blosse Röhre ist der Widerstandscoefficient $\zeta = 0{,}634$, folglich ergibt sich, nach Abzug des Röhrenwiderstandes, der Ausflusscoefficient für das blosse Ventil durch die Formel

$$\alpha = \frac{a}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\mu^2} - \zeta}} = \frac{1}{0{,}356\sqrt{12{,}134 - 0{,}634}} = \frac{1}{0{,}356\sqrt{11{,}5}}$$

$$= 0{,}828.$$

Von einem Widerstandscoefficienten kann hier eigentlich nicht die Rede sein, da das durch die Ventilmündung fliessende Wasser unmittelbar in das ziemlich in Ruhe befindliche Unterwasser floss. Nach der seither gefolgten Bestimmungsweise würde derselbe

$$= \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 12{,}13 - 1{,}63 = 10{,}5$$

sein.

Wurde das Ventil dem Ventilringe um die Hälfte genähert, blieb also der Abstand noch 1,26 Centimeter, so wurde $\tau = 183\frac{1}{4}$ Secunden beobachtet, weshalb sich dann $\mu = 0{,}2667$, $\frac{1}{\mu_1^2} = 14{,}06$, also der imaginäre Widerstandscoefficient $= 14{,}06 - 1{,}63 = 12{,}43$, so wie der reine Ausflusscoefficient

$$\alpha_1 = \frac{a}{a_1}\sqrt{\frac{1}{1 + 12{,}43}} = \frac{1}{0{,}356\ \sqrt{13{,}43}} = 0{,}767$$

herausstellt.

War endlich der Abstand nur noch ein Viertel des ganzen Ventilschubes, also $= 0{,}63$ Centimeter, so fand man $\tau = 224$ Secunden, daher ist hiernach $\mu_1 = 0{,}2180$, $\frac{1}{\mu_1^2} = 21{,}04$, folglich der entsprechende Widerstandscoefficient $= 21{,}04 - 1{,}63 = 19{,}41$ und der reine Ausflusscoefficient

$$\alpha_1 = \frac{1}{0{,}356\ \sqrt{20{,}41}} = 0{,}622.$$

Der freie Ausfluss in die Luft gab für den vollständigen Ventilschub $\tau = 133\frac{1}{2}$ Secunden und für den halben Schub $\tau = 147$ Secunden. Für die erste Stellung folgt daraus

$$\mu_1 = 0{,}2950,\ \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 9{,}93 \text{ und } \alpha_1 = 0{,}850,$$

für die zweite aber

$$\mu_1 = 0{,}2674,\ \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 12{,}35 \text{ und } \alpha = 0{,}769.$$

Beide Ergebnisse stimmen mit den obigen Resultaten beim Ausfluss unter Wasser gut überein.

---

2) Ausfluss durch Klappventile.

a) Rundes Klappventil im cylindrischen Rohre.

Der Apparat zu den Versuchen über den Ausfluss durch eine runde Klappe im cylindrischen Rohre ist in Fig. 19 Taf. II. abgebildet. *AB* ist das gewöhnliche $27\frac{1}{2}$ Centimeter lange und 4 Centimeter weite Messingrohr, *CD* ist der in der Mitte desselben eingesetzte Klappenring, *K* die Klappe selbst, *EF* ihre Axe mit dem Conus zum Aufsetzen des eingetheilten Kreises und mit der Pressschraube *G* zum festen Einstellen. Der innere Durchmesser der Apertur im Ventilringe war 2,925 Centimeter, folglich der relative Inhalt der Apertur, den Inhalt der 4 Centimeter weiten Röhre $=$ Eins gesetzt,

$$\frac{a_1}{a} = \left(\frac{2{,}925}{4}\right)^2 = (0{,}73125)^2 = 0{,}5347.$$

Um die Contraction herabzuziehen, war diese Apertur nach dem Einflusse zu etwas conisch erweitert. Es betrug die Länge des cylindrischen Theiles der Apertur 0,45 Centimeter, und die

des conischen = 0,55 Centimeter, endlich der grössere Durchmesser der Apertur = 3,400. Hiernach ergibt sich für den Convergenzwinkel φ der Werth

$$tg\,\frac{\varphi}{2} = \frac{3{,}400 - 2{,}925}{2.\ 0{,}55} = \frac{4{,}75}{11} = 0{,}4318, \text{ folglich}$$

$$\frac{\varphi}{2} = 23\tfrac{1}{3}^\circ \text{ und } \varphi = 46\tfrac{2}{3}^\circ.$$

Die kreisrunde Klappe hatte 3,55 Centimeter im Durchmesser, lag also, selbst wenn sie auf der äusseren und ebenen Stirnfläche auflag und abschloss, nicht an der Röhrenwand an, sie hatte vielmehr nur einen Querschnitt von $\left(\frac{3{,}55}{2}\right)^2 . \pi = 9{,}898$ Quadratcentimeter, und liess also an ihrem Umfang eine Ringfläche von 12,566 — 9,898 = 2,668 Quadratcentimeter = 0,2124. a übrig. Dieses Verhältniss und die übrigen Einrichtungen gestatteten dem Ventil eine Drehung von $73\frac{1}{2}$ Grad, und es wurde nun der eingetheilte Kreis so auf den Kopf der Ventilaxe festgeschraubt, dass er, möglichst geöffnet (also $73\frac{1}{2}$ Grad aufgedreht), Null, und schliessend $73\frac{1}{2}$ Grad anzeigte. Uebrigens fand bei dieser Stellung vollständiger Abschluss statt.

α) Ausfluss durch das einfache Klappenrohr.

Bei diesen Versuchen war wieder

$a = 12{,}768$, daher

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 155{,}21.$$

Ferner ergab sich $h_1 = 0{,}7980 - 0{,}0200 = 0{,}7780$, und

$h_2 = 0{,}7780 - 0{,}3820 = 0{,}3960$ Meter;

weshalb folgt

$h = 0{,}571$ Meter und

$$\mu = \frac{155{,}21.\ 0{,}25275}{\tau} = \frac{39{,}229}{\tau}.$$

Der Ausfluss durch das blosse Rohr ohne Klappe und Ring gab $\mu = 0{,}7822$ und $\xi = 0{,}634$.

Bei eingesetztem Klappenringe, also bei dem Durchgang durch die Apertur im Ringe, war $\tau = 64$ Sec., weshalb sich für diesen Fall ergibt:

$$\mu_1 = \frac{39{,}229}{64} = 0{,}6130 \text{ und}$$

$$\frac{1}{{\mu_1}^2} = 2{,}6616 - 1 = 1{,}662.$$

Der Widerstandscoefficient für den blossen Durchgang durch die Apertur ist hiernach

$$\frac{1}{{\mu_1}^2} - \frac{1}{\mu^2} = 1{,}662 - 0{,}634 = 1{,}028.$$

Einen bedeutenden Einfluss hatte schon die auf Null gestellte ($73\frac{1}{2}$ Grad geöffnete) Klappe, denn bei dieser war $\tau = 70{,}4$ Secunde; und sonach

$$\mu_1 = \frac{39{,}229}{70{,}4} = 0{,}5572,\ \frac{1}{{\mu_1}^2} = 3{,}221 \text{ und}$$

$$\zeta_1 = 3{,}221 - 1{,}634 = 1{,}587.$$

Folgendes ist durch die Beobachtungen beim Ausflusse durch die übrigen Klappenstellungen gewonnen worden.

Tabelle XXVIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch Klappenventile und den Ausfluss durch das einfache kurze Rohr.

Stellwinkel φ in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Einfaches Rohr	—	0,7822 = μ	1,634	0,000
Mit Ring	64	0,6130	2,662	1,028
Mit Ring u. Klappe auf				
0°	70,4	0,5572	3,221	1,587
$2\frac{1}{2}$	$71\frac{1}{2}$	0,5487	3,322	1,688
5	$73\frac{1}{2}$	0,5337	3,510	1,876
$7\frac{1}{2}$	77	0,5095	3,853	2,219
10	$80\frac{3}{4}$	0,4858	4,237	2,603
$12\frac{1}{2}$	85	0,4615	4,695	3,061
15	$89\frac{1}{2}$	0,4383	5,205	3,571
$17\frac{1}{2}$	95	0,4129	5,864	4,230
20	102	0,3846	6,761	5,127
$22\frac{1}{2}$	$109\frac{1}{2}$	0,3583	7,791	6,157
25	118	0,3325	9,048	7,414
$27\frac{1}{2}$	$126\frac{1}{2}$	0,3101	10,398	8,764
30	$137\frac{1}{4}$	0,2858	12,24	10,61
$32\frac{1}{2}$	148	0,2651	14,23	12,60
35	$161\frac{1}{2}$	0,2429	16,95	15,32
$37\frac{1}{2}$	175	0,2242	19,90	18,27
40	$191\frac{1}{2}$	0,2049	23,83	22,20
$42\frac{1}{2}$	209	0,1877	28,38	26,75
45	225	0,1744	32,90	31,27
$47\frac{1}{2}$	246	0,1595	39,32	37,69
50	$269\frac{1}{2}$	0,1456	47,19	45,56
$52\frac{1}{2}$	$294\frac{1}{2}$	0,1332	56,36	54,73
55 *)	323	0,1214	67,79	66,16
$57\frac{1}{2}$ **)	$368\frac{1}{2}$	0,1065	88,24	86,61
60 ***)	411	0,0954	109,76	108,13

*) Ganz unruhig und schäumend ausfliessend, doch voll.

**) Erst stossweise und schäumend ausfliessend, nach 90 Secunden aber plötzlich hohl wie eine Blase (Fig. 20 Taf. II.).

***) Hohler Strahl.

Sehr gut in Übereinstimmung hiermit sind folgende Versuche.

β) Ausfluss durch die lange Eisenröhre.

Bei an das Ende des Klappenrohres angeschobener Eisenröhre stellten sich folgende Ergebnisse heraus.

Die Wasserstände waren die vorigen, dagegen war

$a = 12{,}832$ Quadratcentimeter und folglich

$$\mu = \frac{1981{,}7 \,.\, 0{,}25275}{12{,}832 \,.\, \tau} = \frac{39{,}034}{\tau}.$$

Für die blosse Röhrenverbindung wurde $\tau = 55\frac{1}{4}$ Secunden beobachtet, weshalb sich

$$\mu = 0{,}7068 \text{ und } \frac{1}{\mu^2} = 2{,}002$$

herausstellt.

Bei völlig geöffneter Ventilklappe ($73\frac{1}{2}$ Grad) war $\tau = 73\frac{3}{4}$ Grad, folglich

$$\mu_1 = \frac{39{,}034}{73{,}75} = 0{,}5293 \text{ und } \frac{1}{\mu_1^2} = 3{,}570.$$

Hiernach gibt die (um $73\frac{1}{2}$ Grad) geöffnete Klappe den Widerstandscoefficienten

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 3{,}570 - 2{,}002 = 1{,}568,$$ während oben 1,587 gefunden wurde.

Übrigens sind folgende Resultate erlangt worden.

Tabelle XXIX.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch Klappenventile und den Ausfluss durch das verlängerte Rohr.

Stellwinkel φ in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Werth $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$
Einf. Rohrverbindung	$55\frac{1}{4}$	$0{,}7068 = \mu$	2,002	0,000
0	$73\frac{3}{4}$	0,5293	3,570	1,568
$2\frac{1}{2}$	$74\frac{3}{4}$	0,5222	3,667	1,665
5	76	0,5136	3,791	1,789
$7\frac{1}{2}$	$79\frac{1}{2}$	0,4910	4,148	2,146
10	$82\frac{3}{4}$	0,4717	4,494	2,492
$12\frac{1}{2}$	$86\frac{3}{4}$	0,4500	4,939	2,937
15	$91\frac{1}{2}$	0,4266	5,495	3,493
$17\frac{1}{2}$	97	0,4024	6,175	4,173
20	$103\frac{1}{2}$	0,3771	7,031	5,029
$22\frac{1}{2}$	110	0,3549	7,942	5,940
25	$118\frac{1}{2}$	0,3294	9,216	7,214
$27\frac{1}{2}$	$127\frac{1}{2}$	0,3061	10,669	8,667
30	$137\frac{1}{2}$	0,2839	12,41	10,41
$32\frac{1}{2}$	149	0,2620	14,57	12,57
35	162	0,2410	17,22	15,22
$37\frac{1}{2}$	176	0,2218	20,33	18,33
40	191	0,2044	23,94	21,94
$42\frac{1}{2}$	209	0,1868	28,67	26,67
45	$226\frac{1}{2}$	0,1723	33,67	31,67
$47\frac{1}{2}$	$246\frac{1}{2}$	0,1584	39,88	37,88
50	269	0,1451	47,49	45,49
$52\frac{1}{2}$	$296\frac{1}{2}$	0,1317	57,70	55,70
55	326	0,1197	69,75	67,75
$57\frac{1}{2}$	$354\frac{1}{2}$	0,1101	82,48	80,48
60	395	0,0988	102,4	100,4
$62\frac{1}{2}$	442	0,0883	128,2	126,2
65 *)	522	0,0748	178,8	176,8

*) Der Strahl zog sich allmählig von der oberen Seite der Röhrenwand ab, und nach 430 Secunden hörte, bei vorausgegangenem Gurgeln und Absetzen, der volle Ausfluss ganz auf.

γ) Ausfluss durch eine Röhrenverbindung wie Fig. 11 Taf. I.

Bei hydraulischen Ausführungen im Grossen, wie z. B. bei Pumpen, findet man oft die Einrichtung, dass sich die Klappe an einer Stelle befindet, wo sich eine weitere Röhre an eine engere anschliesst, und deshalb das Ventil auf der Stirnfläche der engeren aufruht. Aus diesem Grunde wurde auch die weitere Messingröhre Fig. 19 Taf. II. mit der Klappe und ihrem Ringe über die engere Messingröhre (Fig. 9 Tab. I.) so weggeschoben, dass der Klappenring unmittelbar auf der Stirnfläche dieser kürzeren und engeren Röhre zu liegen kam, und sich der conische Theil der Apertur dieses Ringes unmittelbar an die Wandfläche der engeren Röhre anschloss. Übrigens wurden die Versuche genau so durchgeführt, wie die nächst vorhergehenden.

Es war wieder $\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 155{,}21$,

$h_1 = 0{,}7780$

$h_2 = 0{,}3960$ und

$h = 0{,}571$ Meter, so wie

$\mu = \frac{39{,}229}{\tau}$.

Es liess sich hier das Ventil um 77 Grad drehen, weshalb denn auch der eingetheilte Kreis so auf den Kopf der Ventilspindel geschraubt wurde, dass er beim Abschliessen 77 Grad anzeigte. Für die einfache Röhrenverbindung ohne Verengungen u. s. w. wurde $\tau = 60\frac{3}{4}$ Seceunden beobachtet, weshalb sich

$$\mu = \frac{39{,}229}{60{,}75} = 0{,}6458 \text{ und } \frac{1}{\mu^2} = 2{,}398$$

ergibt.

Mit dem Ventilringe ohne Klappe war

$\tau = 69$ Secunden, folglich

$\mu_1 = 0{,}5685$, $\frac{1}{{\mu_1}^2} = 3{,}094$, und daher der Widerstandscoefficient für den Ring allein $= 0{,}696$.

Bei dem eben angeführten Versuche waren die Axenlöcher der Klappe verstopft. Bei unverschlossenen Axenlöchern nahm der ausfliessende Wasserstrahl eine grössere Sprungweite an, wurde hohl und saugte Luft durch diese Löcher nach, weshalb jene Zeit von $60\frac{3}{4}$ Sec. in eine Zeit von $70\frac{1}{2}$ Sec. und diese von 69 Sec. in $85\frac{1}{2}$ Sec. überging. Das kurze cylindrische Rohr allein gab $\tau = 70\frac{1}{6}$ Secunden, welches beweist, dass die angeschobene weitere cylindrische Ansatzröhre beim Zutritt der Luft einen unbedeutenden Einfluss auf das ausfliessende Wasser ausübt.

Folgende Tabelle enthält die durch diese Versuche gewonnenen Resultate.

Tabelle XXX.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch ein rundes Klappventil und den Ausfluss durch ein zusammengesetztes Rohr (erst enger dann weiter).

Stellwinkel φ in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Blosse Rohrverbindung	$60\frac{3}{4}$	0,6458	2,398	0,000
Ohne Klappe	69	0,5685	3,094	0,696
Klappe auf 0	$74\frac{1}{4}$	0,5283	3,582	1,184
$2\frac{1}{2}$	$74\frac{1}{2}$	0,5266	3,606	1,208
5	$75\frac{1}{4}$	0,5213	3,680	1,282
$7\frac{1}{2}$	$77\frac{1}{4}$	0,5078	3,878	1,480
10	$80\frac{1}{2}$	0,4873	4,211	1,813
$12\frac{1}{2}$	$83\frac{1}{2}$	0,4698	4,530	2,132
15	$87\frac{1}{2}$	0,4483	4,975	2,577
$17\frac{1}{2}$	$91\frac{1}{2}$	0,4287	5,440	3,042
20	$98\frac{1}{2}$	0,3983	6,304	3,906
$22\frac{1}{2}$	104	0,3772	7,028	4,630
25	110	0,3566	7,863	5,465
$27\frac{1}{2}$	$118\frac{1}{2}$	0,3311	9,125	6,727
30	128	0,3065	10,646	8,248
$32\frac{1}{2}$	136	0,2885	12,019	9,621
35	148	0,2651	14,23	11,83
$37\frac{1}{2}$	160	0,2446	16,71	14,31
40	175	0,2242	19,90	17,50
$42\frac{1}{2}$	190	0,2065	23,46	21,06
45	205	0,1914	27,31	24,91
$47\frac{1}{2}$	222	0,1767	32,02	29,62
50	245	0,1601	39,00	36,60
$52\frac{1}{2}$	$267\frac{1}{2}$	0,1467	46,50	44,10
55	291	0,1348	55,03	52,60
$57\frac{1}{2}$	323	0,1215	67,79	65,39
60 *)	353	0,1111	80,97	78,57
$62\frac{1}{2}$ **)	$390\frac{1}{2}$	0,1005	99,09	96,69
65 ***)	$445\frac{1}{2}$	0,0881	128,96	126,56

*) stossweise, gurgelnd und wallend ausfliessend;

**) anfangs desgl., aber nach 115 Secunden hörte der volle Ausfluss auf und der Strahl wurde hohl wie eine Blase;

***) der volle Ausfluss hörte nach 10 Secunden auf.

Wenn man berücksichtigt, dass bei der letzten Versuchsreihe die Klappe um 77°, bei den beiden vorletzten aber nur um $73\frac{1}{2}$ Grad gedreht werden konnte, so stellt sich eine leidliche Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen dieser heraus. Z. B. bei $\varphi = 40°$, also bei Öffnung der Klappe um $73\frac{1}{2}° - 40° = 33\frac{1}{2}°$ geben die beiden ersten Versuchsreihen $\zeta = 22{,}20$ und 21,94. Bei $\varphi = 42\frac{1}{2}°$ und $\varphi = 45°$, also bei Öffnung der Klappe um $77° - 42\frac{1}{2}° = 34\frac{1}{2}°$ und $77° - 45° = 32°$ gibt die letzte Tabelle $\zeta = 21{,}06$ und 24,91 und also für die Eröffnung von $33\frac{1}{2}$ Grad durch Interpolation $= 21{,}06 + \frac{2}{5}(24{,}91 - 21{,}06) = 21{,}06 + 1{,}54 = 22{,}60$.

b) Rectanguläres Klappventil in einer Verbindung von zwei parallelepipedischen Röhren.

Noch wurde in das längere, 5 Centimeter weite und $2\frac{1}{2}$ Centimeter hohe Messingrohr eine 2 Millimeter dicke rectanguläre Klappe eingesetzt, welche sich um $77\frac{1}{2}$ Grad drehen liess. Dieses Rohr selbst wurde über das an das Ausflussreservoir angesetzte kurze und engere Messingrohr Fig. 10 Taf. I. so geschoben, dass die Klappe, wenn sie abschliessen sollte, auf die Stirnfläche des letzteren zu liegen kam. Es floss also hier das Wasser aus einer engeren Röhre in eine weitere, und hatte nur eine durch die mehr oder weniger geöffnete Klappe gebildete Verengung zu passiren, weil ein Klappenring mit einer verengten Apertur gar nicht eingesetzt war. Der Querschnitt des engeren Röhrenstückes war

$$a_1 = 4{,}217 \,.\, 1{,}910 = 8{,}0544 \text{ Quadratcentimeter,}$$

der Querschnitt des weiteren, namentlich der Ausmündung desselben:

$$a = 5{,}018 \,.\, 2{,}478 = 12{,}435 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Übrigens war hier

$h_1 = 0{,}7765$ Meter, und

$h_2 = 0{,}3945$ Meter, folglich

$h = 0{,}570$ Meter und

$$\mu = \frac{1981{,}7 \,.\, 0{,}25310}{12{,}435 \,.\, \tau} = \frac{40{,}335}{\tau}.$$

α) Ausfluss durch das Messingrohr.

Die einfache Röhrenverbindung, ohne Klappe, mit verstopften Axenlöchern gab $\tau = 64{,}5$ Secunden, folglich ist für diese

$$\mu = \frac{40{,}335}{64{,}5} = 0{,}6254 \text{ und } \frac{1}{\mu_2} = 2{,}557.$$

Waren die Löcher zur Axe der Klappe geöffnet, so wurde Luft durch diese angesaugt und es dauerte die Ausflusszeit 76 Secunden, d. i. gerade so lang, als wenn das längere Rohr gar nicht da gewesen wäre und der Ausfluss nur durch das kürzere Rohr statt gefunden hätte.

Bei eingesetzter Klappe, und dieselbe vollständig geöffnet (also $77\frac{1}{2}$ Grad), ergab sich $\tau = 70$ Secunden, weshalb sich für diesen Fall

$$\mu_1 = 0{,}5762, \quad \frac{1}{\mu_1^2} = 3{,}012 \text{ und der Widerstandscoefficient}$$

$$\zeta = 3{,}012 - 2{,}557 = 0{,}455$$

herausstellt.

Übrigens wurden folgende Resultate gewonnen.

Tabelle XXXI.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch ein rectanguläres Klappventil im zusammengesetzten parallelepipedischen Rohre.

Drehwinkel φ in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausfluss-coefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstands-coefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	$64\frac{1}{2}$	0,6254	2,557	0,000
0	70	0,5762	3,012	0,455
$2\frac{1}{2}$	$71\frac{1}{2}$	0,5641	3,142	0,585
5	75	0,5378	3,457	0,900
$7\frac{1}{2}$	$80\frac{1}{2}$	0,5011	3,983	1,426
10	$86\frac{1}{4}$	0,4677	4,572	2,015
$12\frac{1}{2}$	$98\frac{1}{2}$ *)	0,4095	5,963	3,406
15	$111\frac{1}{2}$ **)	0,3618	7,641	5,084
20	131 ***)	0,3097	10,545	7,978

*) Nach 50 Secunden hörte der volle Ausfluss auf.
**) Ebenso nach 5 Secunden.
***) Hohler Strahl.

Um bei grösseren Verengungen noch vollen Ausfluss zu erhalten, wurden folgende Versuche angestellt.

β) Ausfluss durch die angeschobenen Eisenröhre.

Hier waren h_1, h_2 und h wie oben, dagegen $a = 12{,}49$ Quadratcentimeter, weshalb folgt

$$\mu = \frac{1981{,}7 \,.\, 0{,}25310}{12{,}490 \,.\, \tau} = \frac{40{,}158}{\tau}.$$

Ohne Klappe und bei verschlossenen Axenlöchern war $\tau = 69{,}75$ Sec., daher

$$\mu = \frac{40{,}158}{69{,}75} = 0{,}5757 \text{ und } \frac{1}{\mu^2} = 3{,}017.$$

Mit offenen Axenlöchern ergab sich wie beim kurzen Ansatzrohre $\tau = 76$ Secunden.

Bei möglichst (um $77\frac{1}{2}$ Grad) geöffneter Klappe war $\tau = 72\frac{3}{4}$ Secunden, daher

$\mu_1 = 0{,}5520$, $\frac{1}{\mu_1^2} = 3{,}282$ und der entsprechende Widerstandscoefficient.

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2} = 3{,}282 - 3{,}017 = 0{,}265.$$

Folgende Tabelle enthält die Resultate der ganzen Versuchsreihe.

Tabelle XXXII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch ein rectanguläres Klappventil im verlängerten zusammengesetzten Rohr.

Drehwinkel φ der Klappe in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausfluss-coefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstands-coefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	$69\frac{3}{4}$	0,5757	3,017	0,000
0	$72\frac{3}{4}$	0,5520	3,282	0,265
$2\frac{1}{2}$	$74\frac{1}{2}$	0,5390	3,442	0,425
5	$76\frac{3}{4}$	0,5232	3,653	0,636
$7\frac{1}{2}$	80	0,5020	3,969	0,952
10	84	0,4781	4,375	1,358
$12\frac{1}{2}$	89	0,4512	4,912	1,895
15	95	0,4227	5,597	2,580
$17\frac{1}{2}$	103	0,3899	6,579	3,562
20	113	0,3554	7,918	4,901
$22\frac{1}{2}$	$124\frac{1}{2}$	0,3226	9,612	6,595
25	136	0,2953	11,469	8,452
$27\frac{1}{2}$	$150\frac{1}{2}$	0,2668	14,05	11,03
30	167	0,2405	17,29	14,27
$32\frac{1}{2}$	189	0,2125	22,15	19,13
35	218	0,1842	29,47	26,45
$37\frac{1}{2}$	246	0,1632	37,53	34,51
40	285	0,1409	50,37	47,35
$42\frac{1}{2}$	322	0,1247	64,29	61,27
45	363	0,1106	81,71	78,69
$47\frac{1}{2}$	406	0,0989	102,21	99,19
50	465	0,0864	134,08	131,06

Bei $52\frac{1}{2}°$, 55° Stellung u. s. w. konnte der volle Ausfluss nicht mehr erzwungen werden.

Es ist auffallend, dass die letztere Tabelle viel kleinere Widerstandscoefficienten gibt als die nächst vorhergehende (XXXI), und nur dadurch zu erklären, dass dort ein sehr unregelmässiger und schwankender Ausfluss statt hatte, während derselbe hier noch sehr gleichmässig erfolgte. Während dort der volle Ausfluss schon bei $12\frac{1}{2}$ Grad, also bei $77\frac{1}{2}° - 12\frac{1}{2}° = 65$ Grad Eröffnung schon aufhörte, begann er hier erst bei $\varphi = 52\frac{1}{2}$ Grad, d. i. bei $77\frac{1}{2}° - 52\frac{1}{2}° = 25$ Grad Klappenöffnung.

c) Rectanguläres Klappventil in der Mitte des parallelepipedischen Messingrohres.

Um zu ermitteln, ob die Ausflussgeschwindigkeit eine grössere oder eine kleinere wird, je nachdem eine einseitige Klappe nach innen oder nach aussen gedreht wird, wurden folgende, übrigens nicht auf die grösste Genauigkeit Anspruch machende Versuche angestellt. Diese Klappe befand sich in der Mitte des 32 Centimeter langen, 5 Centimeter weiten und $2\frac{1}{2}$ Centimeter hohen Messingrohres; sie war 3 Millimeter dick und stand mit ihrer 6 Millimeter dicken Scharnieraxe zur Hälfte in der schwalen Seitenwand des Rohres, so dass sie sich noch $72\frac{1}{2}$ Grad drehen liess. Die

Versuche wurden mit der kleinen Ausflussmenge angestellt, und um den vollen Ausfluss nicht zu verlieren, wurde die eiserne Röhre angesteckt.

Es war hierbei

$h_1 = 0{,}7800$ Meter,

$h_2 = 0{,}6344$ Meter, folglich

$h = 0{,}705$ Meter.

Da $a = 12{,}49$ Quadratcentimeter enthielt, so musste

$$\mu = \frac{1981{,}7 \;.\; 0{,}08669}{12{,}49\;\tau} = \frac{13{,}754}{\tau}$$

gesetzt werden.

Ohne Klappe war $\tau = 19$ Secunden, folglich für diesen Fall

$$\mu = \frac{13{,}754}{19} = 0{,}724 \text{ und } \frac{1}{\mu^2} = 1{,}91.$$

Die Klappe, um 50 Grad nach aussen (nach der Ausflussmündung zu) gedreht, ergab sich $\tau = 45\frac{1}{2}$ Sec., folglich

$$\mu_1 = \frac{13{,}754}{45{,}5} = 0{,}302, \quad \frac{1}{\mu_1^{\,2}} = 10{,}94 \text{ und}$$

$$\zeta = \frac{1}{\mu_1^{\,2}} - \frac{1}{\mu_2} = 9{,}03.$$

Eben so viel nach innen (nach der Einmündung zu) geöffnet, ergab sich $\tau = 47$ Secunden, folglich

$$\mu_1 = \frac{13{,}754}{47} = 0{,}293, \quad \frac{1}{\mu_1^{\,2}} = 11{,}68 \text{ und}$$

$$\zeta = 11{,}68 - 1{,}91 = 9{,}77.$$

Es sind also die Widerstandscoefficienten für diese beiden Stellungen nicht sehr von einander verschieden. Etwas grösser wird jedoch der Unterschied bei andern Stellwinkeln, wie aus folgender Tabelle, welche die Resultate der ganzen Versuchsreihe enthält, zu ersehen ist. Es lässt sich erwarten, dass diese Ergebnisse mit denen bei Drehklappen, Drosselventile am nächsten kommen müssen. In der That, die rectanguläre Drehklappe gibt bei $\varphi = 40°$ (s. Tabelle No. XXI.), oder bei Eröffnung von $90 - \varphi = 50°$, $\zeta = 9{,}25$, also einen Werth, welcher zwischen den eben angeführten mitten inne steht. Ebenso wird man finden, dass bei anderen Stellungen die Widerstandscoefficienten für die zweiflügelige Drehklappe zwischen den Widerstandscoefficienten des Klappenventiles (der einflügeligen Drehklappe), einmal nach innen, das andere Mal nach aussen gedreht, liegen.

Tabelle XXXIII.

Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch ein rectanguläres Klappventil im verlängerten einfachen Rohr.

1) Drehung der Klappe nach aussen.

Grösse der Eröffnung oder $90° - \varphi$ in Graden.	Ausflusszeit τ in Secunden.	Ausflusscoefficient μ_1.	Ausdruck $\frac{1}{\mu_1^2}$.	Widerstandscoefficient $\frac{1}{\mu_1^2} - \frac{1}{\mu^2}$.
Ohne Klappe	19	0,724	1,91	0,00
75	$21\frac{1}{4}$	0,647	2,39	0,48
70	23	0,598	2,80	0,89
65	26	0,529	3,57	1,66
60	$30\frac{1}{2}$	0,451	4,92	3,01
55	$36\frac{1}{4}$	0,379	6,95	5,04
50	$45\frac{1}{2}$	0,302	10,94	9,03
45	57	0,241	17,17	15,26
40	$76\frac{1}{4}$	0,180	30,73	28,82
35	105	0,131	58,27	56,36
30	147	0,094	114,22	112,31
25	215	0,064	244,33	242,42

2) Drehung der Klappe nach innen.

Ohne Klappe	19	0,724	1,91	0,00
70	26	0,529	3,57	1,66
65	$29\frac{1}{2}$	0,466	4,60	2,69
60	$34\frac{3}{4}$	0,396	6,38	4,47
55	41	0,336	8,89	6,98
50	47	0,293	11,68	9,77
45	$57\frac{1}{2}$	0,239	17,48	15,57
40	$69\frac{3}{4}$	0,197	25,72	23,81
35	89	0,155	41,87	39,96
30	115	0,120	69,90	67,99
25	160	0,086	135,31	133,40
20	216	0,064	246,60	244,69

Graphische Darstellung der Hauptresultate.

Um die Abhängigkeit der Widerstände von den sie erzeugenden Verengungen in Schiebern, Hähnen u. s. w. anschaulich zu machen, und sich eine bequeme Übersicht der Hauptergebnisse von den angestellten Versuchen über den Ausfluss durch Schieber, Hähne u. s. w. zu verschaffen, hat man die Inhalte der verengten Querschnitte und die entsprechenden Widerstandscoefficienten auf Taf. III. als zusammengehörige Coordinaten aufgetragen und die sich dadurch ergebenden Punkte durch Curven verbunden. Hierbei wurden die relativen Querschnitte, den Röhrenquerschnitt = Eins angenommen, durch die horizontalen Abscissen, und die entsprechenden Widerstandscoefficienten durch die vertikalen Ordinaten repräsentirt, wie auch aus der Figurentafel leicht zu ersehen ist.

Da diese Coefficienten bei kleinen Durchgangsöffnungen sehr gross ausfallen, so war es nicht möglich, dieselben durchaus auf einerlei Einheit zu beziehen; man hat es vielmehr nöthig gefunden, für Durchgänge von dem Querschnitt $= \frac{1}{2}$ und darunter die Einheit zehn Mal so klein als für grössere Durchgänge anzunehmen und in dieser Verjüngung auf das Papier zu bringen, weshalb sich auch auf der Tafel zwei abgesonderte Curvensysteme vorfinden.

Die beiden Curven in Strichen entsprechen den in Tab. II. und Tab. IV. aufgeführten Widerstandscoefficienten für den Durchgang des Wassers durch Schieber. Die beiden Curven in Punkten geben die Scalen der Widerstände für den Durchgang des Wassers durch geradgebohrte Hähne, nach Tab. VIII. und Tab. XIII., so wie die Curve in Strich-Punkten als Widerstandsscala für die krummgebohrten Hähne nach Tab. XVI. anzusehen ist.

Die beiden Curven in Strichen gehören endlich den Widerständen beim Durchgang durch rectanguläre und kreisförmige Drehklappen an, und sind nach Tabelle XXI. und Tabelle XXIV. construirt.

Ein Blick auf die Tafel III. überzeugt uns, dass diese Widerstandscoefficienten für diese verschiedenen Regulatoren bei gleichem Querschnitt der Verengung sehr verschieden ausfallen. Ist z. B. dieser Querschnitt $= \frac{1}{2}$, so sieht man, dass die vierseitige Drehklappe den kleinsten Widerstand gibt, dass der krummgebohrte Hahn einen etwas grösseren, die beiden Schieber aber noch grössere und die geradgebohrten Hähne die grössten Widerstände geben. Übrigens tritt deutlich hervor, dass alle diese Widerstandsscalen in der Hauptform übereinstimmen und nur durch die Dimensionen, also in den Parametern, von einander abweichen.

Die Vertikallinie in Strichen entspricht der Widerstandsscala für das Kegelventil nach Tab. XXVI. und die Vertikale in Punkten gehört der Widerstandsscala für das runde Klappenventil nach Tab. XXIX. an. Diese Linien treten als Vertikalen auf, weil man nur den Inhalt der Apertur im Ventilringe als Querschnitt der Durchgangsöffnung angesehen hat. Die untersten Endpunkte dieser Vertikalen entsprechen hiernach der grössten Eröffnung des Ventiles, wogegen höher hinauf liegende Punkte Widerständen bei mehr geschlossenen Ventilen angehören.

Endlich soll die dick ausgezogene Curve eine nach der seither bekannten Theorie construirte Widerstandsscala vorstellen. Ist α der Contractionscoefficient beim Durchgang des Wassers durch eine Verengung vom relativen Querschnitte $\frac{a_1}{a}$, so hat man der Theorie zu Folge den Widerstandscoefficienten

$$\zeta = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$$

zu setzen.

Die folgenden Nebenversuche geben aber

$$\alpha = \frac{0{,}6065 + 0{,}6165}{2} = 0{,}6115,$$ demnach erhalten wir

$$\zeta = \left(\frac{a}{0{,}6115\, a_1} - 1\right)^2 = \left(1{,}635\, \frac{a}{a_1} - 1\right)^2.$$

Setzen wir nun für $\frac{a}{a_1}$ nach und nach eine Reihe von Werthen ein, so ergibt sich folgende Scala von Widerstandscoefficienten:

Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70
Widerstandscoefficient.	0,404*)	0,520	0,667	0,854	1,090	1,393	1,785

Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30
Widerstandscoefficient ζ.	2,298	2,977	3,894	5,132	6,938	9,538	13,487	19,812

Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$.	0,25	0,20	0,175	0,15	0,125	0,100	0,075	0,050
Widerstandscoefficient ζ.	30,707	51,504	69,638	98,052	145,99	235,72	432,64	1004,9

*) Es versteht sich von selbst, dass man hier den Contractionscoefficienten $\alpha = 1$, also eigentlich den Widerstandscoefficienten $\zeta = 0$ setzen müsse.

Nach obiger Scala ist die dicke Curve auf Taf. III. construirt. Man sieht, dass sich dieselbe zwischen den übrigen Curven hindurchzieht, und dass sie die Hauptform mit diesen gemeinschaftlich hat. Anfangs geht sie über sämmtliche Curven hinweg, später schneidet sie die Widerstandscurve für geradgebohrte Hähne und endlich nähert sie sich den übrigen Curven und schneidet sogar noch die Widerstandscurve für Schieber.

Es folgt daraus, dass nur bei sehr kleinen Durchgangsöffnungen die theoretisch bestimmten Widerstände mit denen bei Schiebern nahe in Übereinstimmung sind, dass dagegen bei grösseren Öffnungen nur durch Annahme einer auch wirklich beobachteten Veränderlichkeit in den Contractionscoefficienten eine grössere Übereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung herbeigeführt wird. Die Thatsache, dass die Contractionscoefficienten von 0,61 bis 1,00 zunehmen, wenn der relative Querschnitt der Ausflussöffnung von 0 bis 1 wächst, führt zu einer weit grösseren Übereinstimmung, selbst bei grösseren Durchgangsöffnungen.

Gebrauch und Beispiele der Anwendung der zusammengestellten Tabellen über die Widerstandscoefficienten.

Die gegebenen Tabellen kommen in zweierlei Fällen zur Anwendung. Entweder sucht man zur gegebenen Stellung des Hahnes u. s. w. den entsprechenden Widerstand, oder man will die

einen gewissen Widerstand bewirkende Stellung wissen. Das in beiden Fällen in Anwendung zu bringende Verfahren besteht in Folgendem:

I. Schieber.

1) Rectanguläre Schieber im parallelepipedischen Rohre.

a) Aus der lichten Höhe c des Rohres und der Stellhöhe s des Schiebers folgt der relative Querschnitt des verengten Durchganges $\frac{a_1}{a} = \frac{s}{c}$, und hieraus bestimmt sich mittels Tab. I. oder Tab. II. unmittelbar oder durch Interpoliren der entsprechende Widerstandscoefficient.

b) Aus dem gegebenen Widerstandscoefficienten findet man die entsprechende Schieberstellung, wenn man das diesem Coefficienten entsprechende Querschnittsverhältniss $\frac{a_1}{a}$ nach den Tabellen ermittelt, und nun $s = \frac{a_1}{a} \cdot c$ setzt.

2) Kreisförmiger Schieber im cylindrischen Rohre.

a) Aus dem Halbmesser r des Rohres und der Stellhöhe s des Schiebers folgt zuerst der Hilfswinkel φ durch die Formel

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{s}{2r},$$ und hieraus das Querschnittsverhältniss

$$\frac{a_1}{a} = \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} + \frac{\sin \varphi}{\pi};$$ woraus sich der Widerstandscoefficient mittels Tab. III. und Tab. IV. finden lässt.

b) Aus dem gegebenen Widerstandscoefficienten ergibt sich mittels der Tabellen $\frac{a_1}{a}$, hieraus bestimmt sich φ durch die Gleichung

$$\varphi + \sin \varphi = \pi \left(\frac{a_1}{a}\right),$$ wodurch sich wieder die Stellhöhe s mit Zuhilfeziehung der Formel

$$s = 2\, r \sin \frac{\varphi}{2}$$

ergibt.

II. Hähne.

1) Vierseitig gebohrter Hahn im parallelepipedischen Rohre.

a) Aus dem mittleren Halbmesser r des Hahnes und der Weite $2b$ der Bohrung (auch die des Rohres) ergibt sich zunächst das, einem gewissen Stellwinkel entsprechende, Querschnittsverhältniss durch die Formel

$$\frac{a_1}{a} = \frac{1 + \cos \varphi}{2} - \frac{\sqrt{r^2 - b^2}}{2b} \sin \varphi,$$ wornach sich der entsprechende Widerstandscoefficient in Tab. VII. und Tab. VIII. nachschlagen lässt.

b) Umgekehrt, hat man aus dem gegebenen Widerstandscoefficienten den Stellwinkel φ zu finden, so muss man, nachdem man mittels der Tabellen das Querschnittsverhältniss gefunden hat, den Stellwinkel aus der Gleichung

$$\cos\varphi - \sqrt{\left(\frac{r}{b}\right)^2 - 1} \,.\, \sin\varphi = 2\left(\frac{a_1}{a}\right) - 1$$

berechnen.

2) Rundgebohrter Hahn im cylindrischen Rohre.

a) Aus dem Halbmesser r der Bohrung und dem mittleren Halbmesser R des Hahnes folgt für einen gewissen Stellwinkel ein Hilfswinkel ψ durch die Formel

$\cos\frac{\psi}{2} = \frac{R \sin\frac{1}{2}\varphi}{r}$, woraus sich nun das Querschnittsverhältniss mittels folgender Formel bestimmt.

$$\frac{a_1}{a} = \frac{\left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 (\psi - \sin\psi)}{\pi} + \frac{2r}{3R} \cdot \frac{\sin\varphi}{\pi}\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{r^2}{10R^2} + \frac{3}{20}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2\right).$$

Je nachdem nun der Hahn gerade oder krumm gebohrt ist, hat man nun in Tab. XIII. oder in Tab. XVI. nachzuschlagen, um den dem gefundenen Werthe für $\frac{a_1}{a}$ entsprechenden Widerstandscoefficienten zu finden.

b) Umständlich wird die Bestimmung des Stellwinkels φ aus dem gegebenen Widerstandscoefficienten oder vielmehr aus dem durch letzteren gegebenen Querschnittsverhältnisse, doch wird dieselbe viel erleichtert, wenn man hierzu die letzten Tabellen benutzt, weil man sich durch dieselbe wenigstens Nährungswerthe für φ verschaffen kann.

Setzen wir in der obigen Formel

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{R}{r}\cos\frac{\psi}{2},$$

also

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{1 - \frac{R^2\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{r^2}}, \text{ und } \sin\varphi = 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2R}{r}\cos\frac{\psi}{2}\sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2},$$

so erhält man

$$\sqrt{1 - \frac{R^2\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{r^2}}\left[(\psi - \sin\psi) + \frac{2}{3}\left(\sin\frac{\psi}{2}\right)^2 \sin\psi\left(1 + \frac{1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{10} \cdot \frac{r^2}{R^2}\right)\right] = \frac{\pi a_1}{a},$$

welche Gleichung in Beziehung auf ψ aufzulösen ist, und uns in den Stand setzt, durch die Formel

$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{R}{r}\cos\frac{\psi}{2}$ den Stellwinkel zu finden.

Übrigens wird durch anfängliche Vernachlässigung des Werthes

$$\frac{1 + \frac{3}{2}\left(\cos\frac{\psi}{2}\right)^2}{10} \cdot \frac{r^2}{R^2}$$

die Auflösung noch ansehnlich erleichtert.

III. Drehklappen, und zwar

Rectanguläre und kreisförmige (doppelflügelige) Drehklappen im parallelepipedischen und cylindrischen Rohre.

a) Ist φ der Drehwinkel, so hat man den entsprechenden relativen Querschnitt der Durchgangsöffnung

$\frac{a_1}{a} = 1 - \sin \varphi$; und es gibt nun Tab. XXI. oder Tab. XXIV. u. s. w. durch Aufsuchung von $\frac{a_1}{a}$ den entsprechenden Widerstandscoefficienten.

b) Ist der Widerstandscoefficient gegeben und das Verhältniss $\frac{a_1}{a}$ durch die Tabelle bestimmt, so setze man

$\sin \varphi = 1 - \frac{a_1}{a}$, um den entsprechenden Stellwinkel zu erhalten.

IV. Ventile.

Will man für Ventile von den gefundenen Resultaten in der Praxis Gebrauch machen, so verfahre man auf folgende Weise.

a) Es sei $\frac{a_1}{a}$ der relative Querschnitt der Apertur und ζ der entsprechende Widerstandscoefficient aus einer der Tabellen XXVI. u. s. w. entnommen, dagegen sei $\frac{f_1}{f}$ der Querschnitt der Apertur für ein Ventil, dessen Widerstandscoefficienten ζ_1 man sucht; endlich sei α der beiden Fällen als gemeinschaftlich anzusehende Contractionscoefficient. Setzen wir nun nach der Theorie

$\zeta = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ und $\zeta_1 = \left(\frac{f}{\alpha f_1} - 1\right)^2$, und eliminiren aus beiden Gleichungen α, so erhalten wir

$$\zeta_1 = \left(\frac{a_1}{a} \cdot \frac{f}{f_1} (1 + r\zeta) - 1\right)^2.$$

Z. B. für das Ventil, auf welches sich Tab. XXVI. bezieht, ist $\frac{a_1}{a} = 0{,}356$ und bei vollständiger Öffnung des Ventiles $\zeta = 10{,}61$, daher ist für eine andere Apertur von der relativen Grösse $\frac{f_1}{f}$ der Widerstandscoefficient

$$\zeta_1 = \left(0{,}356 \frac{f}{f_1} (1 + \sqrt{10{,}61}) - 1\right)^2$$
$$= \left(1{,}515 \frac{f}{f_1} - 1\right)^2.$$

Wäre nun der relative Inhalt der Apertur $\frac{f_1}{f} = \frac{1}{2}$, so würde der Widerstandscoefficient

$\zeta_1 = (1{,}518 \cdot 2 - 1)^2 = (2{,}03)^2 = 4{,}12$ sich ergeben;

wäre er hingegen in einem andern Falle $\frac{f_1}{f} = \frac{1}{4}$, so würde

$$\zeta_1 = (1{,}515 \,.\, 4 - 1)^2 = (5{,}06)^2 = 25{,}60$$

folgen.

Es ist einleuchtend und bekannt, dass man einen um so kleineren Widerstand erhält, je grösser der Querschnitt der Apertur ist.

Beispiel 1. Wie gross ist die Kraftreserve einer Wassersäulenmaschine, welche aus 0,2 Meter weiten Einfallröhren und einem 0,5 Meter weiten Treibecylinder besteht, und in je 6 Secunden ein Spiel von 2 Metern Extension macht, wenn die in einem geraden rundgebohrten Hahne bestehende Tagepipe um 50 Grad gedreht ist?

Die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in dem Treibecylinder ist $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Meter; der Querschnitt der Einfallröhre ist aber $\left(\frac{0{,}2}{0{,}5}\right)^2 = (0{,}4)^2 = 0{,}16$ mal so gross als der Querschnitt des Treibecylinders, folglich ist die Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren $= \frac{1}{3} : 0{,}16 = \frac{1}{3} \,.\, \frac{100}{16} = \frac{100}{48} = 2{,}083\ldots$ Meter und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe: $\frac{v^2}{2g} = 0{,}2211$ Meter. Hätte nun der Hahn die nämlichen Dimensionsverhältnisse, wie der unseren Versuchen zum Grunde gelegte, so würde bei einer Stellung von 50 Grad der Widerstandscoefficient (s. Tab. XIII.)

$\zeta = 54{,}57$ zu setzen sein, und deshalb der entsprechende Verlust an Druckhöhe selbst

$$h = \zeta \,.\, \frac{v^2}{2g} = 54{,}57 \,.\, 0{,}2211 = 12{,}06 \text{ Meter}$$

betragen.

Das Wasserquantum, welches pro Spiel verbraucht wird, ist $\frac{\pi \,.\, (0{,}5)}{4} \,.\, 2 = \frac{\pi}{8} = 0{,}3927$ Cubikmeter $= 392{,}7$ Kilogramm; folglich ist der Verlust an mechanischer Arbeit, welchen die die Tagepipe bewirkte Verengung herbeiführt,

$= 12{,}06 \,.\, 392{,}7 = 4736$ Kilogrammmeter, also

pro Secunde $= \frac{4736}{6} = 789{,}33$ Kilogrammmeter,

$= \frac{789{,}33}{75} = 10{,}5$ Pferdekräfte.

Dieses zum Reguliren des Ganges nöthige, dem Bremsen der Locomotiven ähnliche, Krafttödten bei Wassersäulenmaschinen ist eine bekannte und nachtheilige Eigenthümlichkeit dieser Maschinen, welche Wasserrädern nicht zukommt.

Beispiel 2. Eine cylindrischrunde Wasserleitung von 0,15 Meter Weite liefert 3 Cubikmeter Wasser in der Minute, wie muss man einen in derselben befindlichen Schieber, Hahn u. s. w. einstellen, damit sie nur noch 2 Cubikmeter Wasser in dieser Zeit liefere?

Die Geschwindigkeit im ersten Falle ist hiernach $\frac{3}{2}$ mal so gross als die bei der kleineren

Ausflussmenge, deshalb die Geschwindigkeitshöhe $= \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ mal so gross als diese, und folglich die zu erzeugende Widerstandshöhe

$$\zeta \cdot \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{9}{4} - 1\right)\frac{v^2}{2g} = \frac{5}{4} \cdot \frac{v^2}{2g};$$ also der Widerstandscoefficient $\zeta = \frac{5}{4}$.

Beim Schieber ist für $\frac{s}{2r} = \frac{19}{32}$, nach Tab. III. $\zeta = 1{,}087$ und für $\frac{s}{2r} = \frac{18}{32}$, $\zeta = 1{,}390$, folglich hat man umgekehrt dem Coefficienten $\zeta = 1{,}25$ die Stellung

$$\frac{s}{2r} = \frac{18 + \frac{1{,}390 - 1{,}250}{1{,}390 - 1{,}087}}{32} = \frac{18 + \frac{140}{303}}{32}$$

$$= \frac{18{,}462}{32} = 0{,}577$$

entsprechend herzustellen.

Nun ist aber die Röhrenweite $2r = 0{,}15$ Meter, folglich hat man die nöthige Stellhöhe

$s = 0{,}577 . 0{,}15 = 0{,}08655$ Meter

$= 8\frac{2}{3}$ Centimeter.

Hätte der Schieber schon am Anfange auf der Höhe von $11\frac{1}{4}$ Centimeter gestanden, wäre also dem $\frac{s}{2r} = \frac{1125}{1500} = \frac{3}{4}$ gewesen, so würde, da für diese Stellung die Tabelle den Widerstandscoefficienten 0,255 gibt, für den Coefficienten $1{,}250 + 0{,}255 = 1{,}505$ die Stellhöhe auszumitteln sein. Durch Interpolation findet man $\frac{s}{2r} = \frac{17{,}688}{32} = 0{,}554$, und hieraus wieder

$s = 0{,}554 . 0{,}15 = 0{,}0831$ Meter $= 8\frac{1}{3}$ Centimeter.

Beispiel. Bei einer Druckpumpe, welche eine 0,1 Meter weite Steigröhre hat, und bei jedem Spiel zu 3 Secunden 0,03 Cubikmeter Wasser liefert, ist der relative Querschnitt der Apertur im Ringe des Kegelventiles am Fusse der Steigröhre $= 0{,}4$; welchen Kraftaufwand verursacht der Durchgang durch dieses Ventil allein? Die Geschwindigkeit in der Steigröhre ist $= \frac{0{,}03 . 4}{3 . \pi (0{,}1)^2}$

$= \frac{4}{\pi} = 1{,}273$ Meter, und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe $= 0{,}0824$ Meter.

Nun gibt aber die oben gefundene Formel $\zeta_1 = (1{,}515 \frac{f}{f_1} - 1)^2$, $\frac{f}{f_1} = \frac{10}{4}$ gesetzt, den Widerstandscoefficienten $= (2{,}7875)^2 = 7{,}770$; folglich ist die erzeugte Widerstandshöhe $=$ $7{,}77 . 0{,}0824 = 0{,}640$ Meter. Endlich wiegen 0,03 Cubikmeter Wasser $= 30$ Kilogramm; folglich ist die durch das Ventil in Anspruch genommene mechanische Arbeit pro Spiel $= 0{,}64 . 30 = 19{,}2$ Kilogrammmeter, und pro Sec. $= \frac{19{,}2}{3} = 6{,}4$ Kilogrammmeter.

II. Nebenversuche.

A. Ausfluss durch Mündungen in der ebenen dünnen Wand.

1) Kreisförmige Öffnung.

Bei der runden Mündung im dünnen Blech (Fig. 7 Taf. I.) wurde der Durchmesser $d =$ 3,965 Centimeter gefunden, weshalb sich ihr Inhalt

$$a = \frac{\pi d^2}{4} = 12{,}347 \text{ Quadratcentimeter}$$

herausstellt.

Übrigens ist $\frac{2A}{\sqrt{2g}} = 1981{,}7$ wie bei den Hauptversuchen, folglich hat man

$$\frac{2A}{a\sqrt{2g}} = 160{,}50.$$

Noch fand man die anfängliche Druckhöhe

$$h_1 = 0{,}7718 - \frac{d}{2} = 0{,}7520,$$

und die Druckhöhe am Ende der Beobachtungszeit

$h_2 = 0{,}7520 - 0{,}3580 = 0{,}3940$; folglich war die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{0{,}8672 + 0{,}6277}{2}\right)^2 = 0{,}559 \text{ Meter.}$$

Endlich war die entsprechende Ausflusszeit $\tau = 63{,}5$ Secunden; es folgt der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{2A\,(\sqrt{h} - \sqrt{h_1})}{a\tau\sqrt{2g}} = \frac{160{,}50.\ 0{,}2395}{63{,}5}$$

$$= 0{,}6054.$$

Einige später angestellte Versuche gaben

$h_1 = 0{,}7779$ Meter,

$h_2 = 0{,}3959$ Meter und

$\tau = 66{,}5$ Secunden; weshalb sich hiernach

$$h = \left(\frac{0{,}8820 + 0{,}6292}{2}\right)^2 = 0{,}571 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{160{,}50.\ 0{,}2530}{66{,}5} = 0{,}6077$$

herausstellt.

Wir können also für eine kreisförmige Öffnung von circa 4 Centimeter Durchmesser und bei 56 bis 57 Centimeter Druckhöhe den Ausflusscoefficienten

$$\mu = \frac{0{,}6054 + 0{,}6077}{2} = 0{,}6065$$

setzen.

Der ausfliessende Wasserstrahl zeigte sich vollkommen klar und durchsichtig wie Krystallglas, er floss so ruhig und regelmässig, dass eine Bewegung in ihm kaum zu bemerken war.

2) Rectanguläre Öffnung.

a) Die längere Seite horizontal.

Es wurde gefunden:

die mittlere Höhe der Ausmündung = 2,505 Centimeter, die mittlere Weite derselben = 5,052 Centimeter, daher der Inhalt

$$a = 5{,}052 . 2{,}505 = 12{,}655 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Ferner war

$h_1 = 0{,}7650 - 0{,}0125 = 0{,}7525$ Meter und

$h_2 = 0{,}7525 - 0{,}3580 = 0{,}3945$ Meter, endlich

$\tau = 61$ Secunden.

Hiernach folgt die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}8675 + 0{,}6281}{2}\right)^2 = 0{,}559 \text{ Meter,}$$

und der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{1981{,}7 . 0{,}2394}{12{,}655 . 61} = 0{,}6145.$$

Um ein Beispiel für die Zunahme des Ausflusscoefficienten bei Abnahme der Druckhöhe zu erhalten, wurde noch die Zeit, innerhalb welcher sich der Wasserspiegel von der oberen Marquerspitze bis zur oberen Kante der Mündung senkte, beobachtet.

Hier war

$h_1 = 0{,}7525$ Meter wie vorher, dagegen

$h_2 = 0{,}0125$ Meter, die halbe Mündungshöhe;

endlich

$\tau = 180$ Secunden.

Hiernach ergab sich

$$h = \left(\frac{0{,}8675 + 0{,}1119}{2}\right)^2 = 0{,}240 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{1981{,}7 . 0{,}7556}{12{,}655 . 180} = 0{,}6573.$$

b) Die schmälere Seite horizontal.

Hier war

$h_1 = 0{,}8100 - 0{,}0253 = 0{,}7847$ Meter,

$h_2 = 0{,}7847 - 0{,}3820 = 0{,}4027$ und

$\tau = 63{,}6$ Secunden.

Deshalb folgt

$$h = \left(\frac{0{,}8859 + 0{,}6347}{2}\right)^2 = 0{,}578 \text{ Meter und}$$

$$\mu = \frac{1981{,}7 \cdot 0{,}2512}{12{,}655 \cdot 63{,}6} = 0{,}6185.$$

Es lässt sich also diesen Versuchen zu Folge für eine mittlere Druckhöhe von 57 Centimeter und eine rectanguläre Mündung im dünnen Blech von 5 Centimeter Weite und $2\frac{1}{2}$ Centimeter Höhe der Ausflusscoefficient setzen:

$$\mu = \frac{0{,}6145 + 0{,}6185}{2} = 0{,}6165.$$

In Fig. 13 und Fig. 14 Taf. I. sind die Grundrisse und einige Querprofile von den durch diese Öffnungen fliessenden, übrigens vollkommen durchsichtigen und einen schönen Anblick gewährenden Strahlen dargestellt.

B. Ausfluss durch kurze prismatische Ansatzröhren.

1) Cylindrische Ansatzröhre.

Die cylindrische Ansatzröhre (Fig. 9 Taf. I.) hatte $12\frac{1}{2}$ Centimeter Länge und in der Ausmündung den Durchmesser $d = 3{,}304$ Centimeter, es war demnach der Inhalt der Ausmündung

$$a = \frac{\pi d^2}{4} = 8{,}5737 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Ferner wurde gefunden

$h_1 = 0{,}7940 - 0{,}0165 = 0{,}7775$ Meter,

$h_2 = 0{,}7775 - 0{,}3820 = 0{,}3955$ Meter und

$\tau = 71{,}5$ Secunden; folglich ist hiernach die mittlere Druckhöhe

$h = \left(\frac{0{,}88175 + 0{,}62888}{2}\right)^2 = 0{,}571$ Meter, der entsprechende Ausflusscoefficient

$\mu = \frac{1981{,}7 \cdot 0{,}25287}{8{,}5737 \cdot 71{,}5} = 0{,}8175$, und der Widerstandscoefficient

$\zeta = \frac{1}{\mu_2} - 1 = 0{,}496.$

Es geht also beim Ausfluss durch eine kurze cylindrische Ansatzröhre das 0,496 fache der Geschwindigkeitshöhe an der Druckhöhe verloren.

2) Parallelepipedische Ansatzröhre.

Die parallelepipedische Ansatzröhre (Fig. 10 Taf. I.) war $12\frac{1}{2}$ Centimeter lang und in der rectangulären Ausmündung 4,217 Centimeter weit und 1,910 Centimeter hoch, daher betrug der Flächeninhalt derselben

$a = 4{,}217 \cdot 1{,}910 = 8{,}0544$ Quadratcentimeter.

Es war ferner

$h_1 = 0{,}7860 - 0{,}00955 = 0{,}77645$ Meter,

$h_2 = 0{,}77645 - 0{,}38200 = 0{,}39445$ Meter, endlich

$\tau = 76$ Secunden.

Hiernach ist die mittlere Druckhöhe

$$h = \left(\frac{0{,}88116 + 0{,}62805}{2}\right)^2 = 0{,}569 \text{ Meter,}$$

und der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{1981{,}7 \,.\, 0{,}25311}{8{,}0544 \,.\, 76} = 0{,}8194,$$

der Widerstandscoefficient aber

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0{,}489.$$

C. Ausfluss durch längere prismatische Ansatzröhren.

1) Cylindrische Ansatzröhre.

Die Länge dieser Röhre war $27\frac{1}{2}$ Centimeter, und ihre Weite, gemessen in der Ausmündung, $= 4{,}032$ Centimeter, daher der Inhalt derselben

$a = \pi(2{,}016)^2 = 12{,}768$ Quadratcentimeter.

Übrigens wurde gefunden

$h_1 = 0{,}7758$ und $h_2 = 0{,}3938$ Meter, endlich

$\tau = 50{,}25$ Secunden; weshalb nun folgt

die mittlere Druckhöhe:

$$h = \left(\frac{0{,}8808 + 0{,}6276}{2}\right)^2 = 0{,}569 \text{ Meter,}$$

und der entsprechende Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{1981{,}7 \,.\, 0{,}2532}{12{,}768 \,.\, 50{,}25} = 0{,}7822,$$

so wie der Widerstandscoefficient:

$$\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1 = 0{,}634.$$

Bei der kurzen Röhre wurde er $= 0{,}496$ gefunden, folglich kann man annehmen, dass der Coefficient für den Widerstand in der Röhre selbst noch etwas kleiner als $0{,}634 - 0{,}496 = 0{,}138$ ist.

2) Parallelepipedische Ansatzröhre.

Diese Röhre war 32 Centimeter lang, und in der Ausmündung 5,018 Centimeter weit und 2,478 Centimeter hoch; es ergab sich demnach der Inhalt der Ausflussöffnung

$a = 2{,}478 \,.\, 5{,}018 = 12{,}435$ Quadratcentimeter.

Ferner war

$h_1 = 0{,}7825$, $h_2 = 0{,}4005$ Meter und $\tau = 50{,}4$ Secunden.

Hiernach berechnet sich

die mittlere Druckhöhe $h = 0{,}576$ Meter,

der Ausflusscoefficient $\mu = 0{,}7960$, und
der Widerstandscoefficient $\zeta = 0{,}578$.

Der Widerstandscoefficient für die kurze Röhre war 0,489; folglich bleibt für den blossen Röhrenwiderstand der ohngefähre Coefficient $= 0{,}578 - 0{,}489 = 0{,}089$ übrig.

D. Ausfluss durch zusammengesetzte Röhren.

1) Cylindrische Röhren.

a) Verbindung der längeren und kürzeren Ansatzröhre (in B, 1 und in C, 1).

Die kurze Ansatzröhre wurde so tief in die längere und weitere Ansatzröhre hineingeschoben, dass eine 31,3 Centimeter lange, aus einem 18,7 Centimeter langen weiteren und aus einem 12,6 Centimeter langen engeren Stücke bestehende Verbindung (Fig. 11 Taf. I.) entstand.

α) Ausfluss durch die weite Mündung.

Der Durchmesser der Einmündung war 3,346 Centimeter, und der Durchmesser der Ausmündung 4,032 Centimeter, folglich der Inhalt von jener $a_1 = 8{,}7931$ Quadratcentimeter und von dieser $a = 12{,}768$ Quadratcentimeter.

Es wurde beobachtet

$h_1 = 0{,}7940 - 0{,}0167 = 0{,}7773$ Meter,
$h_1 = 0{,}7773 - 0{,}3820 = 0{,}3953$ Meter und
$\tau = 60\frac{3}{4}$ Secunden; daher ergibt sich
die mittlere Druckhöhe $h = 0{,}570$ Meter,
der Ausflusscoefficient $\mu = 0{,}6461$ und
der Widerstandscoefficient $\zeta = 1{,}396$.

Theoretisch lässt sich dieser Widerstandscoefficient, wenigstens annähernd, auf folgende Weise finden.

Aus dem Querschnittsverhältnisse der beiden Röhrentheile: $\frac{a}{a_1} = \frac{12{,}768}{8{,}793} = 1{,}4520$ folgt der Widerstandscoefficient für den Eintritt und die Bewegung durch die kurze Röhre:

$= \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 \zeta = (1{,}452)^2 . 0{,}496 = 1{,}046$, weil das Wasser in dieser 1,452mal so schnell fliesst als in der weiteren Ausflussröhre.

Ferner ist aus bekannten theoretischen Gründen der Widerstandscoefficient für den Übertritt aus der engeren Röhre in die weitere, wobei die Geschwindigkeit plötzlich im Verhältnisse $\frac{a_1}{a}$ sich verändert,

$$\left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 = (0{,}452)^2 = 0{,}204.$$

Endlich ist der Coefficient für den Widerstand in der weiteren Röhre nach (C, 1) ohngefähr $= 0{,}138$ zu setzen; es gibt daher die Summe aller drei den Widerstandscoefficienten für die ganze Verbindung

$= 1{,}046 + 0{,}204 + 0{,}138 = 1{,}388$, während er durch die Beobachtung $= 1{,}396$ gefunden wurde.

β) **Ausfluss durch die enge Mündung.**

Hier war

$h_1 = 0{,}7758$ Meter, $h_2 = 0{,}3943$ Meter, und

$\tau = 69\frac{1}{2}$ Secunden, weshalb nun folgt:

$h = 0{,}569$ Meter,

$\mu = 0{,}8200$ und

$\zeta = 0{,}487$.

Die Theorie würde diesen Coefficienten auf folgende Weise ausmitteln.

Für die Bewegung durch die weite Röhre ist der Widerstandscoefficient

$= \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 \zeta = 0{,}634 \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}301$, weil das Wasser in dieser Röhre $\frac{a_1}{a}$ mal so schnell als in der Ausmündung fliesst.

Für den Eintritt und die Bewegung durch die kurze Röhre ist aber dieser Coefficient $=$ 0,496 gefunden worden, folglich wäre hiernach der Widerstandscoefficient für die ganze Röhrenverbindung

$= 0{,}301 + 0{,}496 = 0{,}797$, während die Beobachtung 0,487 gibt.

Dieser gänzliche Mangel an Übereinstimmung hat seinen Grund darin, dass die Contraction beim Eintritt aus der weiteren Röhre in die engere nicht dieselbe ist, als beim Eintritt aus einem weiten Reservoir in diese. Weil dort das Wasser schon mit einer bedeutenden Geschwindigkeit an der Stirnfläche der engeren Röhre ankommt, so ist vielmehr die Contraction viel kleiner, als wenn das beinahe ruhende Wasser in diese Röhre tritt. Der Coefficient 0,496 ist also für diesen Fall viel zu gross.

Weiter unten angeführte Versuche berechtigen uns zu dieser Annahme vollkommen. Unsere Versuche geben hiernach für den Ausfluss durch die kurze Ansatzröhre im weiteren Rohre

$\zeta = 0{,}487 - 0{,}301 = 0{,}186$, und demnach den entsprechenden Ausflusscoefficienten

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\zeta - 1}} = 0{,}918.$$

Dieselbe Röhre im Reservoir einmündend gab

$\mu = 0{,}8175$.

b) **Verbindung der vorigen Röhren mit einer langen Eisenröhre.**

Es wurde eine 60 Centimeter lange cylindrische und innen nicht vollkommen polirte Eisenröhre mit ihrem 3 Centimeter langen Muff so über das äussere Ende der längeren Messingröhre weggeschoben, dass eine überall fast gleich weite Röhre von $89\frac{1}{2}$ Centimeter Länge entstand. (S. Fig. 15 Taf. I.) Der Durchmesser des genau ausgedrehten Endes dieser Eisenröhre war 4,042 Centimeter, deshalb der Querschnitt der Ausmündung

$a = \pi\,(2{,}021)^2 = 12{,}832$ Quadratcentimeter.

α) Ausfluss durch das ausgedrehte Ende der Eisenröhre.

Es war

$h_1 = 0{,}7758$ Meter, $h_2 = 0{,}3943$ Meter, und

$\tau = 55\frac{1}{4}$ Secunden, weshalb folgt

$h = 0{,}569$ Meter,

$\mu = 0{,}7068$ und

$\zeta = 1{,}002$.

Ziehen wir hiervon den Coefficienten für das Messingrohr ab, so bleibt für den eisernen Theil der Röhrenverbindung der Widerstandscoefficient

$1{,}002 - 0{,}634 = 0{,}368$.

Nach meinen eigenen Berechnungen (Polytechn. Centralblatt No. 55. 1840) muss man diesen Coefficienten

$= 0{,}0011463 \cdot 2g\frac{l}{d}$ setzen, insofern $2g = 19{,}618$, $l = 0{,}570$ Meter die Länge des eisernen Röhrentheiles und $d = 0{,}0404$ die mittlere Weite desselben bezeichnet. Es ergibt sich hiernach dieser Coefficient

$$= 0{,}0011463 \cdot 19{,}618 \cdot \frac{0{,}57}{0{,}0404} = 0{,}317.$$

Die Abweichung von dem beobachteten Werthe 0,368 ist unter den hierbei obwaltenden Umständen zu übersehen.

β) Ausfluss durch das an das Ende der Eisenröhre angesteckte kurze cylindrische Mundstück.

Es war $a_1 = 8{,}7931$ Quadratcentimeter, und

$\tau = 72\frac{1}{2}$ Secunden, übrigens

blieb $h = 0{,}569$ wie vorhin, weshalb sich

$\mu = 0{,}7860$ und

$\zeta = 0{,}619$ ergab.

Der Theorie zu Folge wäre dieser Coefficient $= 1{,}002 \cdot \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 + 0{,}496$, wo 1,002 der vorhin gefundene Widerstandscoefficient für die Röhrenverbindung und 0,496 der oben gefundene Widerstandscoefficient für die kurze cylindrische Röhre ist. Wir erhalten hier den abweichenden Werth

$$\zeta = \frac{1{,}002}{(1{,}452)^2} + 0{,}496 = 0{,}475 + 0{,}496 = 0{,}971.$$

Diese Abweichung hat ihren Grund darin, dass die Contraction beim Eintritt aus dem langen Rohre in die kurze cylindrische Röhre kleiner ist als beim Eintritt aus einem weiten Gefässe. Wir finden vielmehr den Widerstandscoefficienten für das kurze Rohr in diesem Falle

$= 0{,}619 - 0{,}475 = 0{,}144$, und daher den Ausflusscoefficienten

$\mu = 0{,}935$.

Vorher erhielten wir ihn $= 0{,}918$.

2) Parallelepipedische Röhren.

a) Verbindung der längeren und kürzeren Ansatzröhren in B, 2 und C, 2.

Die kurze Ansatzröhre wurde so tief in das eine Ende der längeren Ansatzröhre hineingeschoben, dass eine $35\frac{3}{4}$ Centimeter lange Verbindung, wovon der weitere Theil $23\frac{1}{4}$ und der engere $12\frac{1}{2}$ Centimeter lang war, entstand.

α) Ausfluss durch die weite Mündung.

Der Inhalt der Einmündung war

$$a_1 = 4{,}217.\ 1{,}940 = 8{,}1810 \text{ Quadratcentimeter,}$$

der Inhalt der Ausmündung aber

$$a = 12{,}435 \text{ Quadratcentimeter.}$$

Übrigens wurde gefunden

$$h_1 = 0{,}7763,\ h_2 = 0{,}3941 \text{ Meter und}$$
$$\tau = 64{,}5 \text{ Secunden.}$$

Hiernach folgt die mittlere Druckhöhe

$$h = 0{,}569 \text{ Meter,}$$

der Ausflusscoefficient

$$\mu = 0{,}6259, \text{ und der Widerstandscoefficient}$$
$$\zeta = 1{,}553.$$

Der Theorie zu Folge müsste dieser Coefficient sein:

$$= 0{,}489 \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 + 0{,}089 \text{ (S. D, 1, } a, \alpha).$$

Nun ist aber

$$= \frac{a}{a_1} = \frac{12{,}435}{8{,}181} = 1{,}520,$$

folglich

$$0{,}489 \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = 0{,}489.\ (1{,}520)^2 = 1{,}130, \text{ und}$$

$$\left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 = (0{,}520)^2 = 0{,}270; \text{ demnach folgt}$$

$$\zeta = 1{,}130 + 0{,}270 + 0{,}089 = 1{,}489, \text{ welcher Werth von dem oben gefundenen}$$

nicht sehr abweicht.

β) Ausfluss durch die enge Mündung.

Es war $h_1 = 0{,}7801,\ h_2 = 0{,}3988$ Meter,

und $\tau = 74\frac{1}{4}$ Secunden.

Hiernach folgt

$$h = 0{,}574 \text{ Meter,}$$
$$\mu = 0{,}8212 \text{ und}$$
$$\zeta = 0{,}482.$$

Ziehen wir von diesem Coefficienten den für die weite Röhre, also $0{,}578. \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}252$, ab, so bleibt für die kurze Röhre

der Widerstandscoefficient

$\zeta = 0{,}232$, und demnach der Ausflusscoefficient

$\mu = 0{,}901$.

b) Verbindung der vorigen Röhren mit einer langen Eisenröhre.

Es wurde eine 61 Centimeter lange Eisenröhre mit ihrem $2\frac{1}{4}$ Centimeter langen Muff über das eine Ende der längeren Ansatzröhre, mit der sie gleichen Querschnitt hatte, so weggeschoben, dass eine gerade 90,8 Centimeter lange Verbindung von Röhren entstand. Diese Eisenröhre selbst war im Innern nicht vollkommen polirt, doch hatte man das Ausflussende genau und glatt ausschleifen lassen. Der Inhalt der Ausflussmündung war

$a = 5{,}012.\ 2{,}494 = 12{,}490$ Quadratcentimeter.

α) Ausfluss durch das ausgeschliffene Ende der Eisenröhre.

Es war $h_1 = 0{,}7801$ Meter,

$h_2 = 0{,}3988$ Meter, und

$\tau = 55{,}2$ Secunden.

Deshalb folgt

$h = 0{,}574$ Meter,

$\mu = 0{,}7236$ und

$\zeta = 0{,}910$.

Für das einfache Messingrohr war der Widerstandscoefficient $= 0{,}578$, daher bleibt für die 58,8 lange Eisenröhre

$\zeta = 0{,}910 - 0{,}578 = 0{,}332$.

Frühere Untersuchungen gaben ihn

$= 0{,}0011463.\ 2g\,\frac{l}{d}$, wo $2g = 19{,}618$, $l = 58{,}8$ und d der mittlere Durchmesser

$$= \frac{4a}{u} = \frac{2\ .\ 12{,}49}{7{,}506} = \frac{12{,}49}{3{,}753},$$

also $\frac{l}{d} = \frac{58{,}8.\ 3{,}753}{12{,}49} = 17{,}668$ ist.

Hiernach folgt für die parallelepipedische Eisenröhre

$\zeta = 0{,}0011463.\ 19{,}618.\ 17{,}668 = 0{,}397$, also um

$0{,}397 - 0{,}332 = 0{,}065$ zu gross.

Oben wurde bei der cylindrischen Röhre

0,317 statt 0,368, also um 0,051 zu wenig gefunden. Es möchte also hiernach das Mittel aus beiden Beobachtungen ziemlich genau dem bekannten Widerstandscoefficienten

$$0{,}0011463.\ 2g\,\frac{l}{d}$$

entsprechen.

β) Einfluss durch das kurze parallelepipedische Mundstück.

Die vorige Röhrenverbindung wurde an das im Wasserreservoir festsitzende kurze parallelepipedische Mundstück so angeschoben, dass eine einzige gerade Röhrenverbindung entstand, deren Ausmündung die vorige, also $= 12{,}49$ Quadratcentimeter, blieb.

Übrigens war $h_1 = 0{,}7763$, $h_2 = 0{,}3941$ Meter, und
$\tau = 69{,}5$ Secunden, daher
$h = 0{,}569$ Meter,
$\mu = 0{,}5783$ und
$\zeta = 1{,}990$.

Die Theorie gibt den Widerstand in der kurzen Röhre $= 0{,}489 \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = 1{,}130$, und den Widerstand beim Eintritt in die weite Röhre, welcher aus der plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung entspringt, $= \left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 = 0{,}270$; und da der Widerstand für die lange Röhrenverbindung $= 0{,}910 - 0{,}489 = 0{,}421$ ist, so bekommt man den Widerstandscoefficienten für die ganze Verbindung

$\zeta = 1{,}130 + 0{,}270 + 0{,}421 = 1{,}921$, was mit dem oben gefundenen Werthe gut zusammenstimmt.

γ) Ausfluss durch das kurze parallelepipedische Mundstück.

Das kurze Mundstück wurde an das Ende der Eisenröhre geschoben, so dass der Einfluss durch das längere Messingrohr und der Ausfluss durch das kürzere Mundstück erfolgte.

Hier war
$a = 8{,}181$ Quadratcentimeter,
$h_1 = 0{,}7801$, $h_1 = 0{,}3988$ Meter und
$\tau = 77{,}5$ Secunden.

Deshalb folgt
$h = 0{,}574$,
$\mu = 0{,}7868$ und
$\zeta = 0{,}615$.

Hiervon $0{,}910 \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 = 0{,}394$, als Widerstand der weiteren Röhrenverbindung subtrahirt, folgt der Widerstandscoefficient für die kurze Röhre
$\zeta = 0{,}221$, und der entsprechende Ausflusscoefficient
$\mu = 0{,}905$.

In (2, a, β) wurde $\mu = 0{,}901$ gefunden.

E. Ausfluss durch verengerte Röhren.

1) Verengungen in cylindrischen Röhren.

α) Verengter Durchgang im dünnen Blech.

Ein dünnes Messingblech mit einer kreisförmigen Mündung von 2,414 Centimeter Durchmesser wurde durch Stifte auf einen Ring von Sohlenleder (s. Fig. 16 Taf. I.) befestigt, und in die längere Messingröhre so geschoben, dass die Blechseite dem Strome entgegen zu stehen kam. Es war hiernach der Inhalt der so gebildeten Durchgangsöffnung

$a_1 = \pi \cdot (1{,}207)^2 = 4{,}5768$ Quadratcentimeter,

während der Röhrenquerschnitt den Inhalt

$a = 12{,}768$ Quadratcentimeter hatte.

Übrigens war

$h_1 = 0{,}7758$, und $h_2 = 0{,}3943$ Meter, folglich die mittlere Druckhöhe

$= h = 0{,}569$ Meter.

α) Die Verengung in der Einmündung des Rohres.

Hier war die Verengung mit dem Bleche im Wasserreservoir in einerlei Ebene.

Es ergab sich die Ausflusszeit $\tau = 144$ Secunden; daher der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{1981{,}7 \cdot 0{,}25286}{12{,}768 \cdot 144} = 0{,}2725,$$

und der Widerstandscoefficient

$\zeta = 12{,}463.$

Theoretisch lässt sich dieser Coefficient auf folgende Weise finden. Der Widerstand beim Eintritt ist, da hier die grösste Geschwindigkeit $= \frac{a}{\alpha a_1}$ mal Ausflussgeschwindigkeit plötzlich in diese übergeht, $= \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$. Nimmt man aber statt α den früher gefundenen Ausflusscoefficienten 0,6054, so erhält man

$$\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{12{,}768}{0{,}6054 \cdot 4{,}5768} - 1\right)^2 = 13{,}035.$$

Addirt man hierzu den Widerstandscoefficienten 0,138 für die Bewegung in der Röhre, so bekommt man den vollständigen Widerstandscoefficienten 13,173, welchem der Ausflusscoefficient

$\mu = 0{,}2656$

entspricht.

Die Abweichung desselben von der Beobachtung (0,2725) wird noch kleiner, wenn man, wie recht, den Contractionscoefficienten α noch etwas grösser als 0,6054 setzt.

β) Die Verengung in der Ausmündung des Rohres.

Hier fand also ein Ausfluss durch die Mündung in der dünnen Wand statt, und es ist statt a, $a_1 = 4{,}5768$ Quadratcentimeter zu setzen.

Die Ausflusszeit τ wurde $= 165\frac{1}{2}$ Secunden gefunden; weshalb der Ausflusscoefficient

$$\mu = \frac{1981{,}7 \cdot 0{,}2529}{4{,}5768 \cdot 165{,}5} = 0{,}6616$$

folgt.

Nun bringt der Eintritt und die Bewegung des Wassers in der Röhre einen durch den Coefficienten 0,634 gemessenen Widerstand hervor, es ist daher für den Ausflusscoefficienten der blossen Mündung

$$\frac{1}{\alpha^2} = \frac{1}{\mu^2} - 0{,}634 \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 2{,}285 - 0{,}634 \left(\frac{4{,}5768}{12{,}768}\right)^2$$

$= 2{,}285 - 0{,}128 = 2{,}157$, und folglich

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2{,}157}} = 0{,}6809.$$

Dieser grosse Werth für den Coefficienten beim Ausfluss durch die Mündung im dünnen Blech entsteht daraus, dass das Wasser schon mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit gegen die Mündung anrückt und dabei weniger contrahirt wird, als wenn es aus einem weiten Gefässe unmittelbar durch die Mündung ausfliesst.

γ) Die Verengung in der Mitte des Rohres.

Es war $\tau = 133$ Secunden, und daher

$\mu = 0{,}2951$, so wie

$\zeta = 10{,}493$.

Theoretisch würde dieser Werth auf folgende Weise zu bestimmen sein. Der Widerstandscoefficient für die blosse Röhre ist 0,634, und der Widerstandscoefficient für den Durchgang durch die Verengung ist

$$\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$$

zu setzen.

Nehmen wir nun für α den eben gefundenen Werth 0,6809, so bekommen wir den letzten Widerstandscoefficienten

$$\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2 = \left(\frac{12{,}768}{0{,}6809.\ 4{,}5768} - 1\right)^2 = 3{,}097^2 = 9{,}591.$$

Die Summe beider gibt nun den Widerstandscoefficienten für die verengte Röhre

$\zeta = 9{,}591 + 0{,}634 = 10{,}225$, und den Ausflusscoefficienten

$\mu = 0{,}2984$, während die Beobachtung 0,2951 gab.

b) Nach einer Seite conisch erweiterte Verengung.

Mit dem schon bei den Hauptversuchen (D, 2) benutzten Ringe (Fig. 17 Taf. I.) von 2,925 Aperturweite wurden noch folgende Versuche angestellt, wobei

$h_1 = 0{,}7758$ und $h_2 = 0{,}3938$, folglich

$h = 0{,}569$ Meter war.

α) Der Ring stand in der Einmündung.

Die conische Erweiterung nach innen gab $\tau = 60$ Secunden, die conische Erweiterung nach aussen: $\tau = 92{,}5$ Secunden.

Für den ersten Fall folgt

$$\mu = \frac{1981{,}7.\ 0{,}25325}{12{,}768.\ 60} = 0{,}6551, \text{ und } \zeta = 1{,}261,$$

für den zweiten Fall aber

$\mu = 0{,}4249$ und $\zeta = 4{,}541$.

Hiervon den blossen Röhrenwiderstand abgezogen, erhält man für den ersten Fall

$\zeta = 1{,}261 - 0{,}138 = 1{,}123$ und für den zweiten

$\zeta = 4{,}541 - 0{,}138 = 4{,}403$, und hiernach wieder

$\mu = 0{,}6763$ und

$\mu = 0{,}4302$.

Durch Anwendung der Formel $\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$ lassen sich aus beiden Werthen die entsprechenden C ntractionscoefficienten berechnen; es ist nämlich die Formel für dieselben

$$\alpha = \frac{a}{a_1 (1 + \sqrt{\zeta})}.$$

Nun ist der Inhalt der Apertur

$a_1 = 6{,}7196$ Quadratcentimeter, und $a = 12{,}768$,

folglich erhält man für den ersten Fall

$$\alpha = \frac{12{,}768}{6{,}7196\ (1 + \sqrt{1{,}123})} = \frac{12{,}768}{6{,}7196.\ 2{,}0597} = 0{,}9225,$$

und für den zweiten Fall

$$\alpha = \frac{12{,}768}{6{,}7196\ (1 + \sqrt{4{,}403})} = 0{,}6104.$$

β) Der Ring stand in der Ausmündung.

Die Conicität nach innen gestellt, gab $\tau = 95\frac{1}{2}$ Secunden, dieselbe nach aussen, so dass ein Ausfluss durch die dünne Wand entstand, gab $\tau = 112$ Secunden.

Hiernach ergibt sich

für den ersten Fall $\mu = \frac{1981{,}7.\ 0{,}25325}{6{,}7196.\ 95{,}5} = 0{,}7821$

und für den zweiten Fall $\mu = 0{,}6669$.

Nach Abzug der Widerstände in der Röhre findet man die Ausflusscoefficienten, welche der Mündung allein zukommen:

$$\alpha = \frac{\mu}{\sqrt{1 - \mu^2 \zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2}},$$ worin $\zeta = 0{,}634$ der Coefficient für den Widerstand der Röhre bezeichnet.

Nun ist $\zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}634. \left(\frac{6{,}7196}{12{,}768}\right)^2 = 0{,}176$; daher

für den ersten Fall

$$\alpha = \frac{0{,}7821}{\sqrt{1 - 0{,}107}} = \frac{0{,}7821}{\sqrt{0{,}893}} = 0{,}8276,$$ und

für den zweiten Fall

$$\alpha = \frac{0{,}6669}{\sqrt{1 - 0{,}078}} = \frac{0{,}6669}{\sqrt{0{,}922}} = 0{,}6945.$$

Es ist merkwürdig, dass die Conicität in dem Fall, wenn sich der Ring in der Einmündung befindet, mehr Einfluss hat als dann, wenn er in der Ausmündung steht und das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit ankommt. Während für den ersten Fall $\alpha = 0{,}9225$ gefunden wurde, erhält man hier $\alpha = 0{,}8276$. Das Wachsen des Ausflusscoefficienten von 0,6104 auf 0,6945, wenn man die Durchgangsöffnung im Blech vom Eintritt zum Austritt bringt, ist aus bekannten Gründen erklärlich.

γ) Der Ring stand in der Mitte des Rohres.

War die Conicität dem Strome entgegengerichtet, so ergab sich $\tau = 64$ Secunden, in der entgegengesetzten Stellung aber war $\tau = 78\frac{1}{2}$ Secunden.

Für den ersten Fall ist hiernach

$\mu = 0{,}6141$, und $\zeta = 1{,}652$,

und für den zweiten Fall

$\mu = 0{,}5007$, und $\zeta = 2{,}989$.

Wurde der Ring der Ausflussmündung näher gebracht, so dass er nur 1 Decimeter von ihr abstand, so trat ein unruhiger und schäumender Ausfluss ein, und es stellte sich in einem Falle

$\tau = 66$, im zweiten Falle $\tau = 84$ Secunden

heraus, weshalb sich nun auch kleinere Ausflusscoefficienten ergeben, nämlich für den einen Fall

$\mu = 0{,}5949$,

und für den zweiten Fall $\mu = 0{,}4679$.

c) Ein nach beiden Seiten abgerundeter Ring.

Der in Fig. 18 Taf. I. abgebildete Ring hatte eine 2,694 Centimeter weite Apertur, bei einem Krümmungshalbmesser von 1,557 Centimeter, und war 2,535 Centimeter lang. Mit ihm wurden die vorigen Versuche bei den nämlichen Druckhöhen wiederholt, und es stellten sich folgende Ergebnisse heraus.

α) Der Ring beim Eintritt in das Rohr.

Es war $\tau = 66$ Secunden, weshalb folgt

$\mu = 0{,}5955$ und $\zeta = 1{,}821$.

β) Der Ring beim Austritt aus dem Rohre.

Hier war $\tau = 96$ Secunden, und da die Ausflussmündung $a = \pi\left(\frac{2{,}694}{2}\right)^2 = 5{,}7001$ Quadratcentimeter zu setzen ist, so folgt

$\mu = 0{,}9171$.

γ) Der Ring befand sich in der Mitte des Rohres.

Es ergab sich $\tau = 61\frac{1}{4}$ Secunden, daher

$\mu = 0{,}6417$ und $\zeta = 1{,}429$.

d) Mit dem (in D, 1, Hauptversuche) beschriebenen Ventilring mit zwei Conicitäten wurden folgende Resultate gewonnen.

α) Der Ring beim Eintritt in das Rohr.

Der längere Conus nach innen gab

$\tau = 96$ Secunden, deshalb $\mu = 0{,}4094$;

der kürzere Conus nach innen gerichtet, gab

$\tau = 108$ Secunden, folglich $\mu = 0{,}3639$.

β) Der Ring beim Austritt aus dem Rohre.

Hier ist $a = 4{,}471$ Quadratcentimeter (s. Hauptversuche D, 1).

Der längere Conus nach innen gab

$\tau = 127$ Secunden, $\mu = 0{,}8839$

der längere Conus nach aussen

$\tau = 137\frac{1}{2}$ Secunden, $\mu = 0{,}8164$.

γ) Der Ring in der Mitte des Rohres.

Der längere Conus der Einmündung zugerichtet:

$\tau = 98\frac{1}{2}$ Secunden, $\mu = 0{,}3990$.

Der kürzere dahin gerichtet:

$\tau = 109$ Secunden, $\mu = 0{,}3605$.

2) Verengungen in parallelepipedischen Röhren.

Es wurden nach und nach dreierlei rectanguläre Mündungen im dünnen Bleche in die Ausmündung der längeren parallelepipedischen Ansatzröhre eingeschoben.

α) Die eine Mündung im dünnen Blech hatte den Inhalt

$a_1 = 1{,}516.\ 0{,}790 = 1{,}1976$ Quadratcentimeter.

Es war ferner $h_1 = 0{,}7606$, $h_2 = 0{,}4026$ Meter und $\tau = 630\frac{1}{2}$ Secunden.

Hiernach folgt

$h = 0{,}567$ Meter und $\mu = 0{,}6236$.

Bei einem anderen Versuche war

$h_1 = 0{,}7606$, $h_2 = 0{,}6374$ und $\tau = 196$ Secunden,

weshalb folgt

$h = 0{,}698$ Meter und $\mu = 0{,}6226$.

Nun ist der Widerstandscoefficient für die blosse parallelepipedische Röhre $\zeta = 0{,}612$ (s. Hauptversuche B) und

$\frac{a_1}{a} = \frac{1{,}1976}{12{,}40} = 0{,}0966$; es ergibt sich daher

$\zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}00571$, und sonach der Ausflusscoefficient für die blosse Mündung, bei Zugrundelegung der ersten Beobachtung,

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\mu^2} - \zeta\left(\frac{a_1}{a}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2{,}5658}} = 0{,}6243.$$

β) Eine zweite Mündung im dünnen Blech hatte den Inhalt

$a_1 = 2{,}020.\ 0{,}976 = 1{,}9715$ Quadratcentimeter.

Für $h_1 = 0{,}7851$, $h_2 = 0{,}6400$ Meter war $\tau = 137$ Secunden.

Deshalb folgt

$h = 0{,}711$ Meter, $\mu = 0{,}6314$ und $\alpha = 0{,}6334$.

γ) Eine dritte Mündung im dünnen Blech hatte den Inhalt

$a_1 = 2{,}282.\ 1{,}100 = 2{,}5102$ Quadratcentimeter.

Für $h_1 = 0{,}7606$ und $h_2 = 0{,}4026$ wurde $\tau = 285$ Secunden beobachtet, weshalb

$h = 0{,}567$ Meter und $\mu = 0{,}9682$ folgt.

Für $h_1 = 0{,}7606$ und $h_2 = 0{,}6374$ war $\tau = 88\frac{3}{4}$ Secunden, weshalb sich

$$h = 0{,}698 \text{ Meter und } \mu = 0{,}6560$$

herausstellt.

Nun ist $\zeta \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 = 0{,}612 \left(\frac{2{,}5102}{12{,}40}\right)^2 = 0{,}0250$, deshalb folgt der Ausflusscoefficient für die blosse Mündung, bei Zugrundelegung der ersten Beobachtung

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2{,}3082 - 0{,}0250}} = 0{,}6618.$$

Diese drei Versuche über den Ausfluss durch die Mündung im dünnen Blech weisen auf das Überzeugendste nach, dass die Ausflusscoefficienten mit der relativen Grösse der Ausflussöffnung wachsen.

Es möchte nicht von hinreichendem Interesse sein, die Resultate einiger anderen Versuche anzugeben, doch will ich noch Folgendes anführen:

Wenn das längere cylindrische Ansatzrohr für die grössere Ausflussmenge die Ausflusszeit $\tau = 50\frac{1}{4}$ Secunden gab, so ging diese in $50\frac{1}{2}$, 51 und 52 Secunden über, wenn das Rohr mit seiner $4\frac{1}{2}$ Millimeter breiten Stirnfläche um 4, 7 und 13 Millimeter vom Blech im Kasten zurückgezogen war; dagegen blieb die Ausflusszeit $50\frac{1}{4}$ Secunden, wenn das Rohr nach Abnahme des Bleches mit seiner Stirnfläche um 2 bis 4 Centimeter weiter hineingeschoben wurde, so dass es um eben so viel von der inneren Wand des Ausflussreservoirs abstand.

Überblick der gewonnenen Resultate.

Die durch diese Nebenversuche erhaltenen Hauptergebnisse sind, kurz zusammengefasst, folgende:

1) Der Ausflusscoefficient für die kreisrunde Mündung in der dünnen Wand ist kleiner als für eine rectanguläre Öffnung, welche doppelt so hoch als weit ist. Während jener 0,6065 ist, fällt dieser 0,6165 aus.
2) Diese Ausflusscoefficienten verändern sich, wenn sich die Mündungen nicht mehr in einer grossen ebenen Wand, vor welcher das Wasser beinahe in Ruhe steht, befinden, sondern wenn die Mündung in Hinsicht auf die Wandfläche und auch die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers in Hinsicht auf die des ausfliessenden beträchtlich ist. Im letzteren Falle sind, unter übrigens gleichen Umständen, die Ausflusscoefficienten grösser als im ersten, wie folgende Übersicht vor Augen führt.

Relative Grösse der Ausmündung, den Inhalt der Wandfläche = Eins gesetzt.	Rectanguläre Mündung.			Kreisförmige Mündung.	
	0,0966	0,1590	0,2024	0,3585	0,5264
Ausflusscoefficienten.	0,6243	0,6334	0,6618	0,6809	0,6945

Es wächst also der Ausflusscoefficient mit der relativen Grösse der Mündung, und es erreichen endlich beide zugleich die Einheit, nämlich in dem Falle, wenn das Wasser durch eine einfache prismatische Röhre fliesst.

Es möge hier nicht versucht werden, aus diesen in sehr kleiner Anzahl aufgefundenen Thatsachen ein Gesetz über die Veränderlichkeit der Ausflusscoefficienten abzuleiten, zumal da eine neue zu diesem Zwecke besonders angestellte und sehr ausgedehnte Versuchsreihe von mir so eben erst (1842) beendigt worden ist.

3) Die Ausflusscoefficienten für kurze ($3\frac{3}{4}$ mal so lange als weite) cylindrische und parallelepipedische Ansatzröhren sind ziemlich gleich gross, nämlich 0,8175 und 0,8194 ausgefallen. Bei mehr Kürze der Röhre hätte man sie vielleicht noch etwas grösser erhalten.

4) Diese Ausflusscoefficienten für kurze prismatische Ansatzröhren verlieren ihre Richtigkeit, wenn der Querschnitt der Röhre beträchtlich ist, in Hinsicht auf den Inhalt der Wand des Gefässes, aus welchem das Wasser in die Röhre strömt. Je schmäler die Stirnfläche der Ansatzröhre, d. i. je näher der Querschnitt des ausfliessenden Strahles dem Querschnitte des zufliessenden kommt, desto mehr nähert sich auch der Ausflusscoefficient der Einheit. Das Gesetz dieser Zunahme der Ausflusscoefficienten ist ebenfalls durch neuerlich zu diesem Zwecke besonders ausgeführte Versuche vollkommen aufgefunden worden.

5) Längere, ziemlich glatte, aber nicht polirte Ausflussröhren geben eine Reibung, welche ziemlich genau durch die Druckhöhe $0{,}001146\,\frac{lv^2}{d}$, wie sie früher (Polytechn. Centralblatt, 1840, No. 55) von mir gefunden wurde, gemessen ist.

6) Der Ausdruck $\left(\frac{a}{a_1}-1\right)^2\,\frac{v^2}{2g}$ für die Druckhöhe, welche dass Wasser verliert, wenn es aus einer Röhre vom Querschnitte a_1 in die weitere, plötzlich den Querschnitt a annehmende Röhre übergeht, hat sich als richtig bewährt.

7) Die Formel $\left(\frac{a}{\alpha a_1}-1\right)^2\,\frac{v^2}{2g}$ für den Druckverlust beim Durchgang des Wassers durch eine Verengung vom Querschnitte a_1 in der Röhre vom Querschnitte a ist nur anwendbar, wenn für α ein gewisser Werth aus der Scale der Ausfluss- oder Contractionscoefficienten eingesetzt wird; wenn also für kleinere Werthe von $\frac{a_1}{a}$ ein kleinerer und für grössere ein grösserer Werth von α gebraucht wird. Auch dieses Gesetz ist durch die neueren vor Kurzem durchgeführten Versuche in grösserer Ausdehnung ermittelt worden.

Tabelle XXXIV.

Die, verschiedenen Ausflusscoefficienten (μ) entsprechenden Widerstandshöhen oder Druckhöhenverluste $\left(\frac{1}{\mu^2} - 1\right)$, die Geschwindigkeitshöhe $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ der Einheit gleichgesetzt.

Ausfluss-coefficient μ.	Widerstands-coefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_2} - 1$.	Differenzen.	Ausfluss-coefficient μ.	Widerstands-coefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_2} - 1$.	Differenzen.	Ausfluss-coefficient μ.	Widerstands-coefficient $\zeta = \frac{1}{\mu_2} - 1$.	Differenzen.
0,00	∞	∞	0,40	5,250	0,301	0,80	0,563	0,039
0,01	9999	7500	0,41	4,949	0,280	0,81	0,524	0,037
0,02	2499	1389	0,42	4,669	0,261	0,82	0,487	0,035
0,03	1110	486,1	0,43	4,408	0,243	0,83	0,452	0,035
0,04	624,0	225,0	0,44	4,165	0,227	0,84	0,417	0,033
0,05	399,0	122,2	0,45	3,938	0,212	0,85	0,384	0,032
0,06	276,8	73,7	0,46	3,726	0,199	0,86	0,352	0,031
0,07	203,1	47,8	0,47	3,527	0,187	0,87	0,321	0,030
0,08	155,3	32,8	0,48	3,340	0,175	0,88	0,291	0,029
0,09	122,5	23,5	0,49	3,165	0,165	0,89	0,262	0,027
0,10	99,00	17,36	0,50	3,000	0,155	0,90	0,235	0,027
0,11	81,64	13,20	0,51	2,845	0,147	0,91	0,208	0,026
0,12	68,44	10,27	0,52	2,698	0,138	0,92	0,182	0,026
0,13	58,17	8,15	0,53	2,560	0,131	0,93	0,156	0,024
0,14	50,02	6,58	0,54	2,429	0,123	0,94	0,132	0,024
0,15	43,44	5,38	0,55	2,306	0,117	0,95	0,108	0,023
0,16	38,06	4,46	0,56	2,189	0,111	0,96	0,085	0,022
0,17	33,60	3,74	0,57	2,078	0,105	0,97	0,063	0,022
0,18	29,86	3,16	0,58	1,973	0,100	0,98	0,041	0,021
0,19	26,70	2,70	0,59	1,873	0,095	0,99	0,020	0,020
0,20	24,00	2,32	0,60	1,778	0,090	1,00	0,000	
0,21	21,68	2,02	0,61	1,688	0,087			
0,22	19,66	1,76	0,62	1,601	0,081			
0,23	17,90	1,54	0,63	1,520	0,079			
0,24	16,36	1,36	0,64	1,441	0,074			
0,25	15,00	1,21	0,65	1,367	0,071			
0,26	13,79	1,07	0,66	1,296	0,068			
0,27	12,72	0,96	0,67	1,228	0,065			
0,28	11,76	0,87	0,68	1,163	0,063			
0,29	10,89	0,78	0,69	1,100	0,059			
0,30	10,111	0,705	0,70	1,041	0,057			
0,31	9,406	0,640	0,71	0,984	0,055			
0,32	8,766	0,583	0,72	0,929	0,052			
0,33	8,183	0,532	0,73	0,877	0,051			
0,34	7,651	0,488	0,74	0,826	0,048			
0,35	7,163	0,447	0,75	0,778	0,047			
0,36	6,716	0,411	0,76	0,731	0,044			
0,37	6,305	0,380	0,77	0,687	0,043			
0,38	5,925	0,350	0,78	0,644	0,042			
0,39	5,575	0,325	0,79	0,602	0,039			

Tabelle XXXII.

Drei verschiedene Auslassmündungen (n) entsprechend verschiedenen Werthen von $\left(\frac{l}{r_0} - 1\right)$ der Grösse $\left(\frac{z}{r_0}\right)$ der Länge der Ausflussröhre.

Anfangs-ordinaten r_0	Werthe von $\frac{l}{r_0} - 1$	Ausfluss-coefficient μ	Dito reciprok	Werthe von $\frac{z}{r_0}$	Ausfluss-coefficient μ	Dito reciprok
0,00	∞	0,50	0,501	0,350	0,363	0,859
0,01	2500	0,51	0,279	0,280	0,324	0,927
0,02	1250	0,52	0,269	0,261	0,307	0,983
0,03	1110	0,53	0,268	0,212	0,300	0,933
0,04	625,0	0,54	0,185	0,227	0,317	0,932
0,05	500,0	0,55	0,258	0,215	0,294	0,932
0,06	278,8	0,56	0,250	0,190	0,278	0,931
0,07	208,1	0,57	0,267	0,167	0,251	0,930
0,08	156,3	0,58	0,160	0,175	0,301	0,929
0,09	122,2	0,59	0,165	0,150	0,252	0,928
0,10	99,00	0,60	0,155	0,090	0,235	0,927
0,11	81,64	0,61	0,147	0,091	0,209	0,926
0,12	68,44	0,62	0,135	0,092	0,192	0,925
0,13	58,17	0,63	0,131	0,093	0,176	0,924
0,14	50,02	0,64	0,124	0,094	0,132	0,924
0,15	43,44	0,65	0,117	0,095	0,108	0,922
0,16	38,06	0,66	0,111	0,096	0,083	0,922
0,17	33,60	0,67	0,105	0,097	0,065	0,922
0,18	29,86	0,68	0,100	0,098	0,041	0,921
0,19	26,70	0,69	0,095	0,099	0,020	0,920
0,20	24,00	0,60	0,090	1,00	0,000	
0,21	21,68	0,61	0,085			
0,22	19,66	0,62	0,081			
0,23	17,90	0,63	0,076			
0,24	16,36	0,64	0,074			
0,25	15,00	0,65	0,071			
0,26	13,79	0,66	0,068			
0,27	12,72	0,67	0,065			
0,28	11,76	0,68	0,063			
0,29	10,89	0,69	0,059			
0,30	10,111	0,70	0,057			
0,31	9,406	0,71	0,053			
0,32	8,766	0,72	0,052			
0,33	8,183	0,73	0,051			
0,34	7,651	0,74	0,048			
0,35	7,168	0,75	0,047			
0,36	6,716	0,76	0,044			
0,37	6,305	0,77	0,043			
0,38	5,925	0,78	0,042			
0,39	5,575	0,79	0,039			

Druck von Breitkopf und Härtel in Leipzig.

In unserm Verlage ist auch erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

SAMMLUNG
MATHEMATISCHER TAFELN.

ALS NEUE UND VÖLLIG UMGEARBEITETE AUFLAGE

VON

GEORGS FREIHERRN VON VEGA

GROESSERN LOGARITHMISCH-TRIGONOMETRISCHEN TAFELN

HERAUSGEGEBEN VON

Dr. J. A. HUELSSE.

Stereotyp-Ausgabe.

88 Bogen in 4°.

In Leinwand cartonnirt. Preis 3½ Thlr.

Inhalt.

Vorrede.
Einrichtung und Gebrauch der Tafeln.
I. Tafel der gemeinen oder briggischen Logarithmen aller ganzen Zahlen von 1—99999 mit 7, von 100000—107999 mit 8 Decimalstellen.
Hülfstafel zur Verwandlung briggischer Logarithmen in natürliche.
Hülfstafel zur Verwandlung natürlicher Logarithmen in briggische.
II. Trigonometrische Logarithmentafel.
Hülfstafel zur Berechnung der Länge des Kreisumfanges für alle Grade, Minuten und Secunden für den Halbmesser 1 bis auf 11 Decimalstellen.
III. Tafel der wirklichen Länge der trigonometrischen Linien für den Halbmesser 1 von Minute zu Minute.
IV. Sehnentafel für den Halbmesser 500 und für alle Winkel von 0° bis 125° von 5 zu 5 Minuten.
Hülfstafel zur Verwandlung der Centesimalbogen in Sexagesimalbogen.
Hülfstafel zur Verwandlung der Sexagesimalbogen in Bruchtheile des Quadranten.
V. Tafel aller einfachen Factoren der durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 102000 und der Primzahlen von 102000 bis 400313.
VI. Tafel der natürlichen Logarithmen für alle aufeinanderfolgende Zahlen von 1 bis 1000 und für alle Primzahlen von 1000 bis 100000.
Hülfstafel, enthaltend
die ersten 45 Potenzen der Zahl 2, die ersten 36 Potenzen der Zahl 3, die ersten 27 Potenzen der Zahl 5.
VII. Potenzen der Grundzahl e=2.71828... des natürlichen Logarithmensystems für alle Hundertel von 0.01 bis 10.00 nebst den briggischen Logarithmen dieser Potenzen.
Hülfstafel, enthaltend die Werthe, welche für die dritte bis siebente Decimalstelle des natürlichen Logarithmus gesetzt werden, wenn derselbe in einen briggischen verwandelt werden soll.
VIII. Tafel der Quadratwurzeln (bis auf 12 Decimalstellen) und der Cubikwurzeln (bis auf 7 Decimalstellen) aller ganzen Zahlen von 2 bis 10000.
Hülfstafel, enthaltend die Coefficienten einiger unendlichen Reihen.
IX. Potenzentafel.
Hülfstafel zur Berechnung der Zeit, in welcher sich ein durch zusammengesetzte Zinsen wachsendes Capital vervielfältigt.
X. Mortalitäts- und Lebenserwartungstafeln.
Hülfstafel zur Verwandlung von Duodecimalmaass in Decimalmaass und umgekehrt.
XI. Tafeln zur Verwandlung der vorzüglichsten Maasse und Gewichte.
XII. Erweiterte Gaussische Tafel zur Berechnung eines Logarithmus der Summe oder Differenz zweier Zahlen, deren Logarithmen nur gegeben sind.
Hülfstafel zum Interpoliren.
Logarithmen oft vorkommender Zahlwerthe.

Von diesem Werke sind auch Exemplare auf starkem Schreibpapier mit breitem Rande zu dem Preise von 6 Thlr. n. zu haben.

Ebenso sind von dem **logarithmischen Handbuch** Exemplare auf starkem Schreibpapier mit breitem Rande zu dem Preise von 2⅔ Thlr. n. zu haben.

Ferner sind bei uns erschienen:

d'Aubuisson de Voisins, J. F., Handbuch der Hydraulik. Mit besond. Rücksicht auf die Anwendung bei den Ausführungen der Ingenieurs. Deutsch bearbeitet und mit einigen Zusätzen versehen von G. Th. Fischer. Nebst einer Vorrede von Ch. Fr. Brendel. Mit 4 Taf. gr. 8. 1835. 2¾ Thlr.

Hossfeld, Wilh., niedere und höhere Stereometrie, oder kurze und leichte Messung und Berechnung aller regel- und unregelmässigen Körper, nebst einer gründlichen Anweisung zur Taxation des Holzgehaltes einzelner Bäume und Bestände und ganzer Wälder, besonders für Forstmänner, Baukünstler und Techniker bearbeitet. Mit 8 Tabellen und 6 Kupfertafeln. 4. 1812. 1⅔ Thlr.

Pasquich, Joh., Unterricht in der mathemat. Analysis und Maschinenlehre. 2 Bände mit Beilage. Neue Aufl. gr. 8. 1818. 5 Thlr.

Vega, Geo. de, Thesaurus logarithmorum completus etc. oder: Vollständige Sammlung grösserer logarithmisch-trigonometrischer Tafeln etc. fol. 1794. Schrbp. (10 Thlr.) Herabges. Pr. 6 Thlr. n. Velinp. 10 Thlr. n.

Vierenklee, J. E., Anfangsgründe der theoretisch-praktischen Arithmetik und Geometrie für diejenigen, welche sich dem Forstwesen widmen. Nach den gegenwärtigen Bedürfnissen verbessert und vermehrt von Fr. Meinert. Mit Kpfrn. und 1 illum. Plan. 3. Aufl. gr. 8. 1822. 2½ Thlr.

Weisbach, Jul., Leitfaden zum Unterricht in der niedern Mathematik. Mit 4 Figurentafeln. gr. 8. 1835. 1⅓ Thlr.

—— Handbuch der Bergmaschinenmechanik. Zum Gebrauche für Berg- und Hütten-Leute, Maschinisten u. s. w. überhaupt und für die Vorlesungen über Mechanik und Maschinenlehre an der königl. sächs. Bergakademie insbesondere. 1r Band. Grundlehren der allgemeinen Mechanik. gr. 8. 1835. Mit 7 Figurentafeln. 2¾ Thlr.

—— 2r Band. Mathematische Maschinenlehre. gr. 8. 1836. Mit 11 Figurentafeln. 3¾ Thlr.

—— Tafel der vielfachen Sinus und Cosinus. Zum Gebrauche für praktische Geometer und Mechaniker überhaupt und für Markscheider besonders. hoch 4. 1842. br. ⅓ Thlr.

Weidmann'sche Buchhandlung.

Ausfluß des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile

Fig. 1.

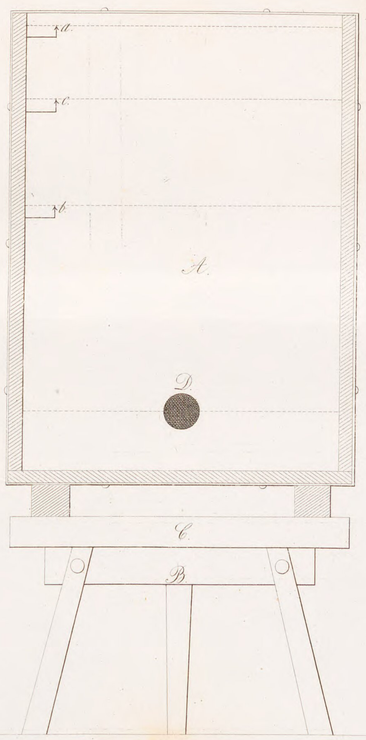


Fig. 2.

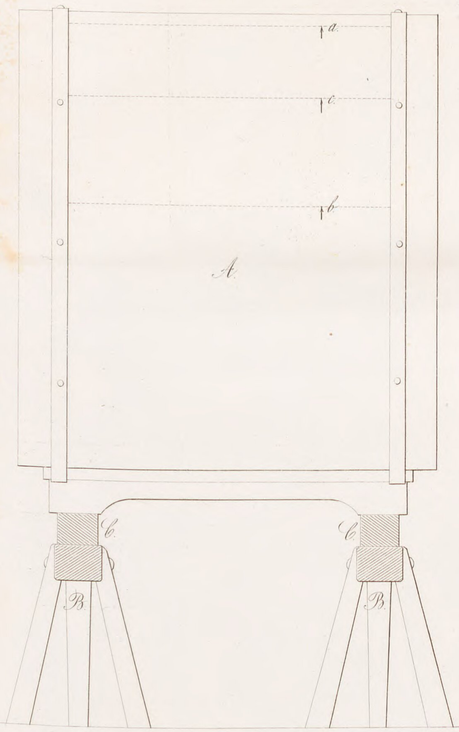


Fig. 5.

Fig. 7.

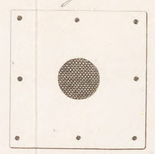


Fig. 9.

Fig. 6.

Fig. 8.

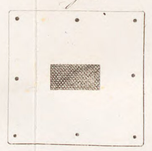


Fig. 10.

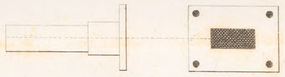


Fig. 16.

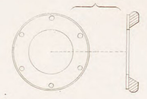


Fig. 17.

Fig. 4.

Fig. 12.

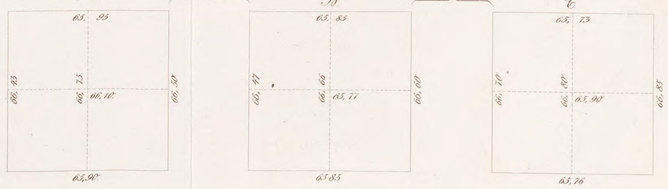


Fig. 3.

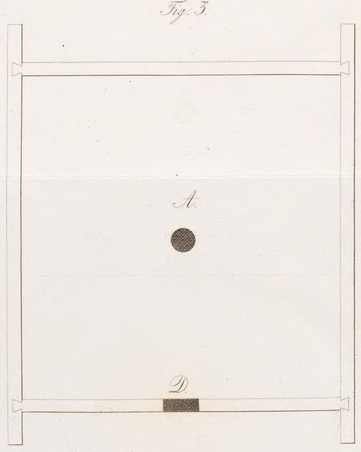


Fig. 13.

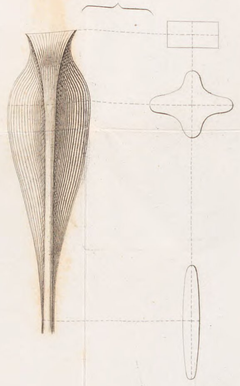


Fig. 14.

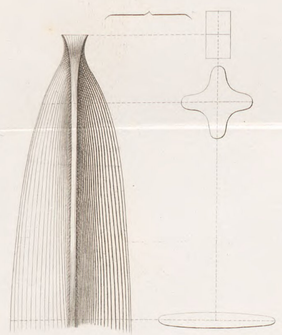


Fig. 11.

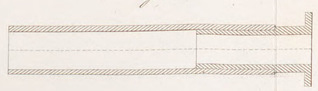


Fig. 18.

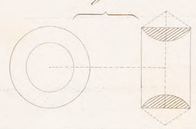


Fig. 19.

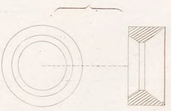


Fig. 15.

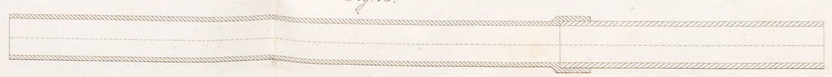
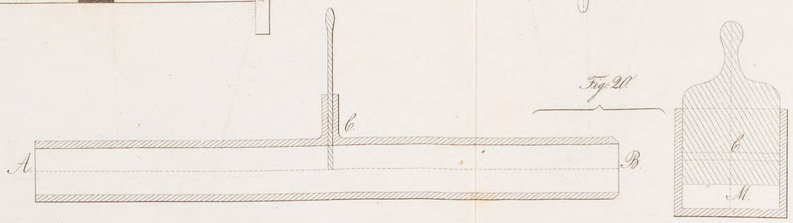


Fig. 20.



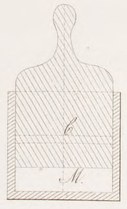


Fig. 22.

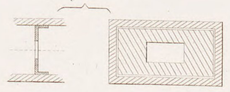


Fig. 21.

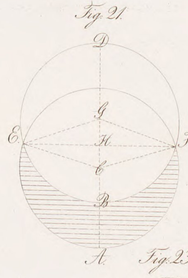


Fig. 23.

Fig. 1, 2, 3	in	0,1	der natürl. Größe.		
„ „ 4	„	0,4	„	„	„
„ 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11	„	0,2	„	„	„
„ 12	„	0,05			
„ 13. 14. 15	„	0,2	„	„	„
„ 16. 17. 18. 19. 20	„	0,4	„	„	„
„ 21	„	0,8	„	„	„
„ 22, 23	„	0,4	„	„	„

L. Schubert sc. Berlin.

Fig: 1.

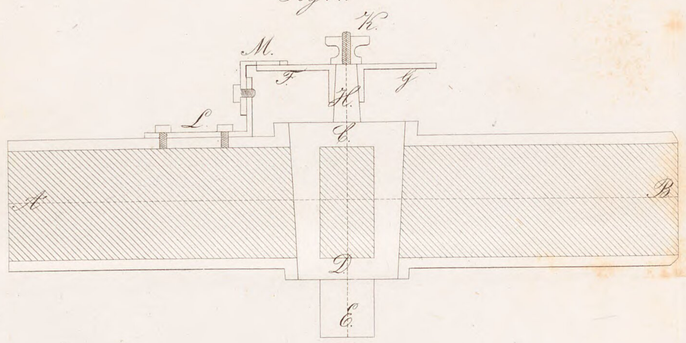


Fig: 2.

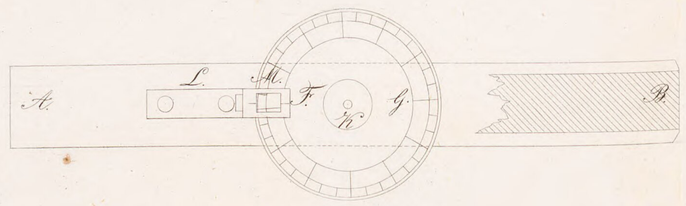


Fig: 7.

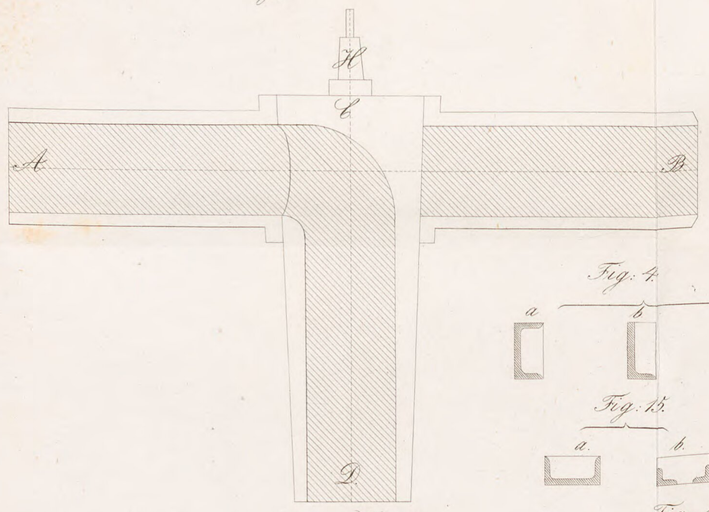


Fig: 4.

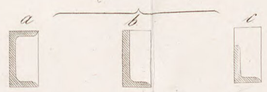


Fig: 15.

Fig: 6.

Fig: 16.

Fig: 3.

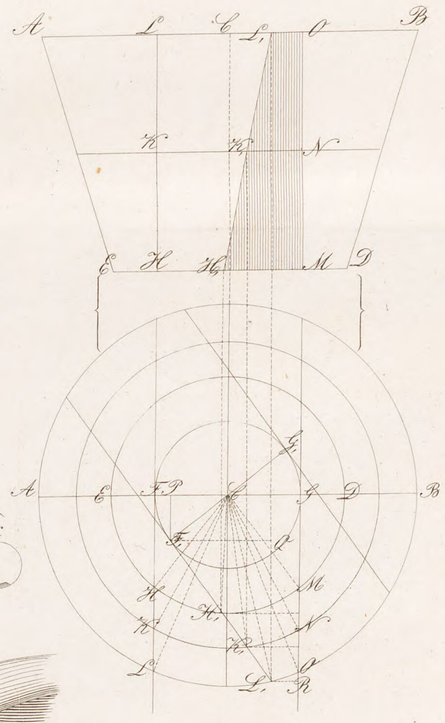


Fig: 14.

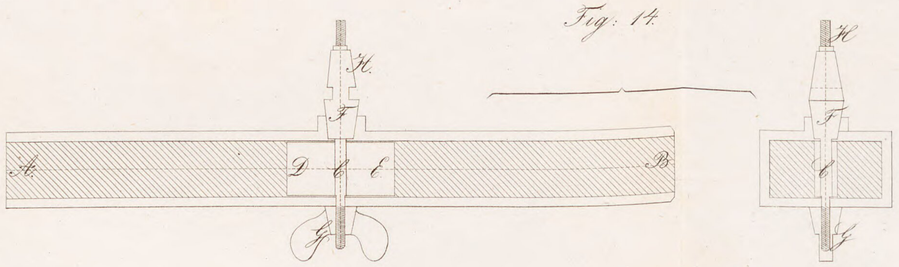


Fig: 8.

Fig: 9.

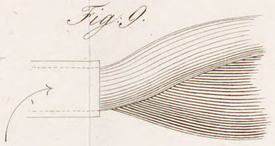


Fig: 10.

Fig: 11.

Fig: 12.

Fig: 13.

Fig: 5.

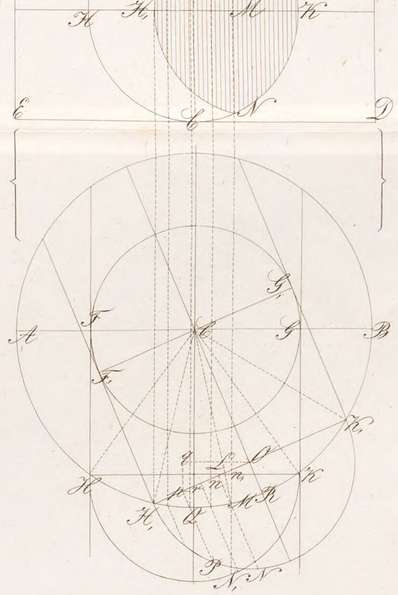


Fig: 17.

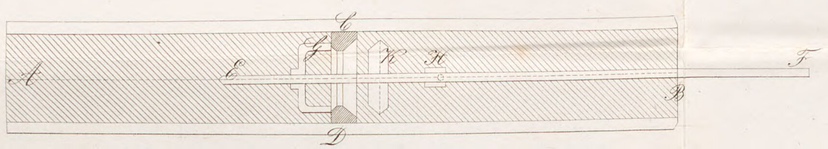


Fig: 18.

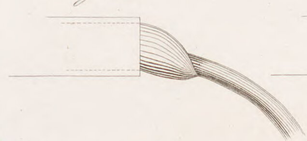


Fig: 20.

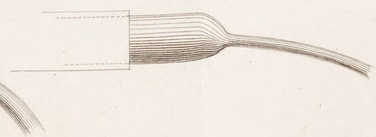


Fig: 19.

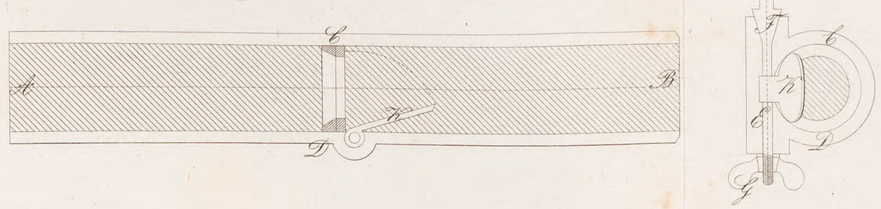


Fig: 1 2, 14, 17, 19 in 0,4 der natürlichen Größe.
Die übrigen Figuren ohne Maaß.

L.A. Schubert sculp. Berlin.

Ausfluss des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile.

Graphische Darstellung der Widerstände für den Durchgang des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile.

Die Abscissen repräsentiren die Inhalte der verengten Querschnitte, den Inhalt des Röhrenquerschnitts = Eins gesetzt.

Die Ordinaten stellen die Widerstandshöhen dur. die Geschwindigkeitshöhe = Eins angenommen.

Im zweiten Curvensystem sind die Ordinaten zehnfach verjüngt aufgetragen.

Abscissenmaßstab →

Ordinatenmaßstab ←

Rund gebohrter gerader Hahn ○
Vierseitig gebohrter Hahn □
Krummgebohrter Hahn ○

Runder Schieber ○
Vierseitiger Schieber □
Runde Drehklappe ○
Vierseitige Drehklappe □

Theoretische Bestimmung ◎

Kegel-Ventil |
Klapp-Ventil |

L. Schubert sc. Berlin.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weisbach, Julius

Versuche über den Ausfluss des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile

Bd.: 1

Leipzig 1842

4 A.hydr. 90 m-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10048856-8